

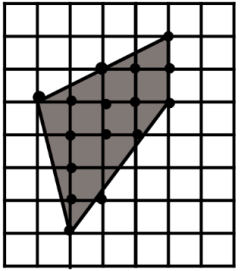
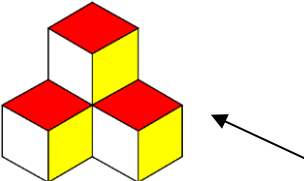
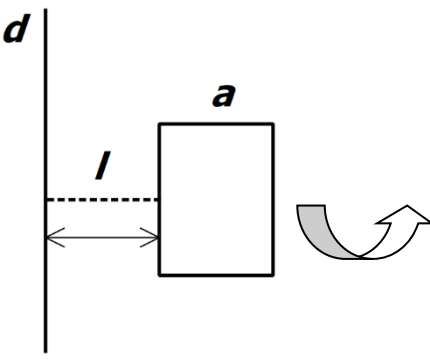


۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) استدلال استنتاجی (ب) مربع (پ) دو خط متنافر (ت) سطح مقطع (ث) نقاط مرزی و درونی
۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) در هر مثلث، اندازه بزرگ ترین زاویه، از چهار برابر اندازه کوچک ترین زاویه، کوچک تر است. ب) اگر نسبت مساحت ها در یک پنج ضلعی $\frac{۱۶}{۲۵}$ باشد در این صورت نسبت محیط های آن $\frac{۴}{۵}$ است. پ) یک میانه در هر مثلث، آن را به دو مثلث با مساحت های برابر تقسیم می کند. ت) هر چهار ضلعی که قطر های آن عمود منصف یکدیگر باشند، لوزی است. ث) هر زاویه خارجی مثلث از هر زاویه داخلی غیرمجاورش بزرگ تر است. ج) در یک مثلث، دو ضلع با هم برابرند؛ اگر و تنها اگر ارتفاعهای نظیر آنها با هم برابر باشند. چ) هر دو مثلث که مساحت های برابر داشته باشند، هم نهشت اند.
۳	جاهای خالی را با کلمات و عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر نقطه ای روی عمود منصف یک پاره خط قرار داشته باشد از دو سر آن پاره خط ب) طول پاره خطی که واسطه ی هندسی بین دو پاره خط به طول ۴ و ۹ سانتی متر برابر است. پ) در هر n ضلعی هر پاره خط که دو انتها آن دو راس غیر مجاور باشد را می نامند. ت) اگر در مثلثی اندازه میانه وارد بر یک ضلع، نصف اندازه آن ضلع باشد، آن مثلث است. ث) دو صفحه بر هم عمودند هر گاه ر) هر چهار ضلعی که قطرهایش باهم برابر و منصف هم باشد، است. ج) خط راستی که اشتراک دو صفحه متقاطع باشد را می نامیم. چ) مجموعه همه ی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۲ سانتی متر قرار دارند، ح) دو صفحه در فضا نسبت به هم یا هستند. خ) در برخی گزاره ها به جای اینکه درباره چیزی خبری قطعی داده شود، خبری که اعلام با یک شرط بیان می شود، چنین گزاره هایی می گویند. ل) به مثالی که نشان می دهد یک حکم کلی نادرست است گفته می شود. ن) اگر درستی یا نادرستی یک حکم کلی را نتوانیم اثبات کنیم و برای رد آن نیز نتوانیم بیابیم، می توان درباره درستی یا نادرستی آن حکم کلی نتیجه ای گرفت.
۴	۱) دو ضلع یک زاویه را در نظر بگیرید. الف) نقطه ای بیابید که فاصله آن از هر ضلع زاویه موردنظر ۲ واحد باشد. ب) با استفاده از نقطه ای که در قسمت (الف) یافته اید، نیمساز زاویه را رسم کنید. ۲) وضعیت عمودمنصف وتر AB و مرکز دایره نسبت به هم چگونه اند؟ چرا؟
۵	ثابت کنید در هر مثلث عمود منصف اضلاع همرسند.

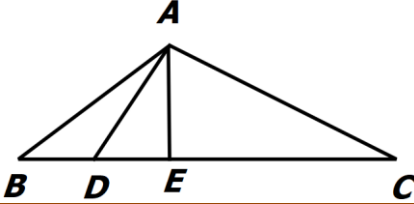


۶	در شکل مقابل $MN \parallel BC$ مقدار x و y را به دست آورید.
۷	هرگاه اندازه های دو ضلع از مثلثی با اندازه های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آنها، هم اندازه باشند، دو مثلث متشابه اند.
۸	در شکل زیر $C = BDE$ مقادیر x و y را بیابید. نسبت تشابه دو مثلث را بیابید.
۹	عکس قضیه تالس را بیان و اثبات کنید.
۱۰	قضیه: ثابت کنید هر چهار ضلعی که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند، متوازی الاضلاع است..
۱۱	در متوازی الاضلاع ABCD، M و N به ترتیب وسط های اضلاع AD و BC می باشند. چرا خط های MN و DN موازی اند؟ به کمک آن ثابت کنید $AP = PQ = QC$.
۱۲	در شکل زیر خطوط AB و DC با هم موازیند. ثابت کنید مساحت دو مثلث OAD و OBC با هم برابرند.
۱۳	الف) اگر دو قطر یک چهار ضلعی هم اندازه باشند، آیا می توان نتیجه گرفت آن چهار ضلعی مستطیل است؟ ب) عکس قضیه فیثاغورس را بیان کنید. پ) فاصله ی نقطه همرسی میانه ها تا وسط هر ضلع و هم چنین تا هر راس چقدر است؟ ت) چه رابطه ای بین تعداد پاره خط و مجموع تعداد قطرهای و ضلع ها در n ضلعی وجود دارد؟ ث) قضیه اساسی تشابه را فقط بیان کنید. ج) عکس قضیه زیر را بنویسید و سپس آن را به صورت یک قضیه دوشرطی بنویسید. اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهاش عمود منصف یکدیگرند. چ) اگر $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \frac{2}{9}$ ، آنگاه $x + y + z$ حاصل را بیابید. خ) دو مثلث در چه صورتی متشابه اند؟ (۱) (۲)



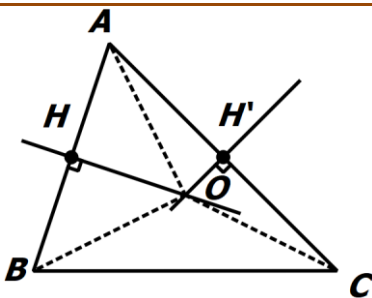
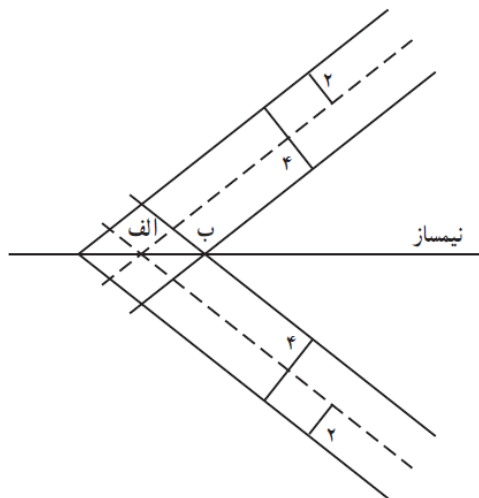
۱۴ مساحت چند ضلعی زیر را بیاید. 	
۱۵ قضیه: اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه رو به ضلع بزرگ تر، بزرگ تر است از زاویه روبه رو به ضلع کوچک تر.	
۱۶ الف) دو استوانه را روی هم قرار داده ایم. اگر صفحه ای به شکل عمودی با هر دو این استوانه ها برخورد کند، سطح مقطع حاصل به چه شکل خواهد بود؟ ب) دو صفحه در فضا نسبت به هم چگونه اند؟	
۱۷ در شکل زیر نمای بالا، روبه رو را رسم کنید. 	
۱۸ الف) اگر صفحه ای به شکل عمودی مخروط ناقص را قطع کند، سطح مقطع حاصل چیست؟ ب) سطح مقطع یک مخروط قائم در برخورد با صفحه ی مایل به چه شکلی است؟ پ) دایره ای به شعاع r را حول یکی از قطرهای آن دوران داده ایم. شکل حاصل چیست؟ ت) دوران یک دوزنقه قائم الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده ها چه شکلی خواهد بود؟	
۱۹ الف) مربعی به ضلع a را حول محور d دوران داده ایم. شکل حاصل را توصیف کنید.  ب) سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با یک کره در چه صورتی این سطح مقطع بیشترین مساحت را خواهد داشت؟	
۲۰ نقیض گزاره "یک چهارضلعی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 360° درجه نیست." را بنویسید.	
۲۱ با استدلال استنتاجی ثابت کنید سه ارتفاع هر مثلث هم‌رس اند.	



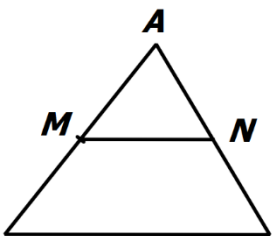
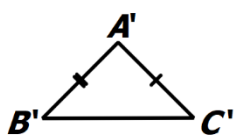
۲۲	متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن ۴ و ۷ باشد.
۲۳	اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع مقابل به زاویه بزرگ تر، بزرگ تر است از ضلع روبه رو به زاویه کوچک تر.
۲۴	(ث) مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت های $\frac{DE}{BD}$ و $\frac{BC}{DE}$ را به دست آورید. 
۲۵	با رسم سه میانه مثلث نشان دهید، سه میانه مثلث آن را به شش مثلث هم مساحت تقسیم می کنند.
۲۶	صفحه P و نقطه O روی آن را در نظر بگیرید. خط d را طوری رسم می کنیم که از نقطه O بگذرد. کدام گزینه در مورد وضعیت خط d و صفحه P صحیح است؟ الف) خط d بر صفحه P واقع است. ب) خط d و صفحه P متقاطع اند. پ) خط d و صفحه P موازی اند.
۲۷	اگر دو صفحه متمایز P, P' در نقطه A مشترک باشند، آن دو صفحه نسبت به هم چه وضعی دارند؟ الف) P, P' متقاطع اند. ب) P, P' موازی اند. پ) P, P' منطبق اند.
۲۸	دو صفحه متمایز P, P' و خط d را که در هر دو صفحه فوق قرار دارد، در نظر بگیرید دو صفحه P, P' نسبت به هم چه وضعی دارند؟ الف) منطبق اند ب) متقاطع اند پ) موازی اند
۲۹	دو خط d, d' با هم موازی اند. اگر صفحه P و خط d با هم موازی باشند، کدام گزینه درست است؟ الف) خط d' و صفحه P موازی اند. ب) خط d' و صفحه P متقاطع اند. پ) خط d' بر صفحه P عمود است. ت) الف و پ صحیح است.
۳۰	خط d صفحه P را قطع نمی کند. گزینه صحیح کدام است؟ الف) خط d بر صفحه P عمود است. ب) خط d بر صفحه P واقع است. پ) خط d و صفحه P موازی اند. ت) ب و پ صحیح است.
۳۱	عبارت های زیر را کامل کنید. الف) اگر دو صفحه متمایز P, P' در نقطه A مشترک باشند نسبت به هم یا هستند. ب) خط d و صفحه P موازی هستند هرگاه ج) از نقطه O خارج صفحه P خط موازی با صفحه P می توان رسم کرد.



ردیف	راهنمای تصحیح
۱	(د) از نقطه O خارج خط d صفحه موازی با صفحه P می توان رسم کرد. الف) استدلالی است که براساس نتیجه گیری منطقی بر پایه واقعیت هایی است که درستی آنها را پذیرفته ایم. ب) مربع چهارضلعی ای است که هر چهار ضلع آن هم اندازه و حداقل یک زاویه آن قائمه باشد. پ) اگر هیچ صفحه ای وجود نداشته باشد که شامل هر دوی آنها باشد، آن دو خط را متناظر می نامیم. ت) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود، سطح مقطع آن نامیده می شود. ث) نقاط شبکه ای روی رأس ها و ضلع های چندضلعی را نقاط مرزی و نقاط شبکه ای درون چند ضلعی ها را نقاط درونی شبکه ای برای چند ضلعی شبکه ای می نامند.
۲	الف) نادرست ب) درست پ) درست ت) نادرست ث) درست ج) درست چ) نادرست
۳	الف) به یک فاصله است. ب) ۶ پ) قطر ت) قائم الزاویه ث) هر کدام شامل خطی باشد که بر دیگری عمود باشد. ر) مستطیل ج) فصل مشترک چ) دو خط موازی با خط d ج) موازی- متقاطع خ) شرطی ل) مثال نقض ن) مثال نقض
۴	(۱) الف) خطوطی به موازات دو ضلع زاویه به فاصله ۲ سانتی متر از آن ها رسم می کنیم. محل تقاطع آن ها جواب مساله است. ب) خطی از دو نقطه به دست آمده در قسمت الف) می گذرد. زاویه را نصف می کند. (۲) AB وتر دایره است. پس A و B روی محیط دایره هستند. پس فاصله ی آن ها تا مرکز دایره یعنی OA و OB یکسان است. طبق عکس خاصیت عمودمنصف چون O از دو سر پاره خط به یک فاصله است، پس O روی عمودمنصف AB است.
۵	مثلت دلخواه ABC را در نظر می گیریم. چون پاره خط های AB و AC متقاطع اند. عمودمنصف های آن ها نیز در نقطه ای مانند O متقاطع اند. (۱) نقطه ی O روی عمود منصف پاره خط AC است پس $OA = OC$ (۲) نقطه ی O روی عمود منصف پاره خط AB است پس $OA = OB$ از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم: $OC = OB$ پس نقطه O روی عمودمنصف BC است. پس نقطه ی O محل برخورد عمودمنصف اضلاع مثلث است.



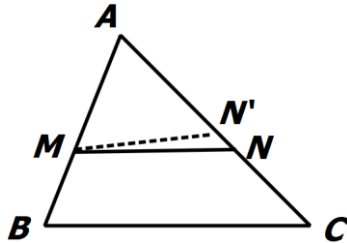


$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{2x - 0 / 5}{4 / 5} \rightarrow 6x - 1 / 5 = 4 / 5x \rightarrow 1 / 5x = 1 / 5 \rightarrow x = 1$ $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{4}{y - 1} \rightarrow y - 1 = 16 \rightarrow y = 17$	۶
$\hat{A} = \hat{A}'$, $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \rightarrow \Delta ABC \square \Delta A'B'C'$ روی ضلع های AB و AC پاره خط AM و AN را به ترتیب هم اندازه $A'B'$ و $A'C'$ جدا می کنیم. $\begin{cases} AM = A'B' \\ \hat{A} = \hat{A}' \\ AN = A'C' \end{cases} \quad \text{ض ز ض} \quad \Delta AMN \square \Delta A'B'C' \rightarrow MN = B'C'$ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \xrightarrow[\substack{A'B'=AM \\ AN=A'C'}]{\text{ع تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad MN \square BC$ ق اساسی تشابه $\Delta AMN \square \Delta ABC$, $\Delta AMN \square \Delta A'B'C'$ $\Delta ABC \square \Delta A'B'C'$  	۷
$\begin{cases} \hat{C} = \hat{D} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \longrightarrow \Delta BDE \square \Delta BDE$ $\frac{BE}{BA} = \frac{DE}{CA} = \frac{BD}{BC} \rightarrow \frac{24}{48} = \frac{y}{24} = \frac{15}{24 + x} = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{24}{2} = 12 \\ 24 + x = 30 \rightarrow x = 6 \end{cases}$	۸



۹

عکس قضیه تالس: اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آنها، چهار پاره خط با اندازه های متناظرا متناسب جدا کند، آن گاه با ضلع سوم مثلث موازی است.



اثبات با برهان خلف است. در شکل می دانیم: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

فرض کنیم حکم نادرست باشد، یعنی: $MN \not\parallel BC$

پس از نقطه M پاره خط MN' را موازی BC رسم می کنیم.

حال با توجه به قضیه تالس داریم: $MN' \parallel BC \rightarrow \frac{AN'}{AC} = \frac{AM}{AB}$

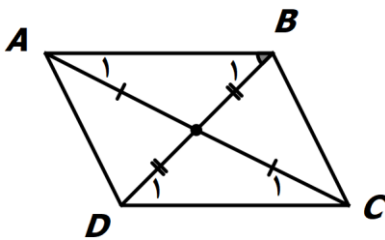
مسئله نتیجه می شود: $\frac{AN}{AC} = \frac{AN'}{AC}$ در نتیجه $AN' = AN$ بنابراین N و N' بر هم منطبق هستند و MN همان MN' است که موازی BC است.

۱۰

فرض می کنیم در یک چهارضلعی دو قطر منصف یکدیگرند. نقطه تقاطع دو قطر را O می نامیم.

$$\begin{cases} BO = OD \\ OC = OA \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{cases} \quad \text{ض ز ض} \quad \Delta OAB \cong \Delta ODC \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow AB \parallel DC$$

با استدلال مشابه دو مثلث OAD و OBC هم نهشت اند، پس $\hat{A}_1 = \hat{C}_1$ در نتیجه $AD \parallel BC$ پس ABCD متوازی الاضلاع است.



۱۱

(الف) برای اثبات اینکه $MB \parallel DN$ کافی است نشان دهیم چهارضلعی MBND متوازی الاضلاع است.

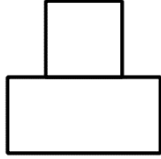
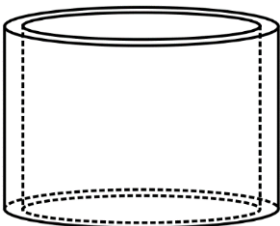
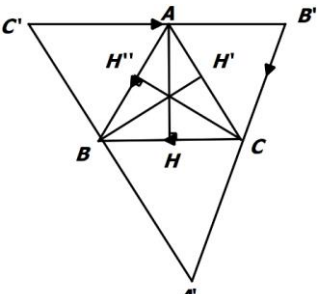
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{C} \\ AB = DC \\ AM = CN \end{cases} \quad \text{ض ز ض} \quad \Delta AMB \cong \Delta DNC \rightarrow MB = DN$$

از طرفی $BM = BN$ پس بنا بر قضیه ای چهارضلعی MBND متوازی الاضلاع است، پس $MB \parallel DN$ است.



$\left. \begin{aligned} \Delta ADC &\longrightarrow 1 = \frac{AM}{MB} = \frac{AP}{PQ} \Rightarrow \frac{AP}{PQ} = 1 \rightarrow AP = PQ \\ \Delta ADC &\longrightarrow 1 = \frac{CN}{NB} = \frac{CQ}{QP} \Rightarrow \frac{CQ}{QP} = 1 \rightarrow CQ = PQ \end{aligned} \right\} \rightarrow AP = PQ = QC$	
۱۲ دو مثلث ADC و BDC هر دو قاعده مشترک و ارتفاع یکسان دارند. پس هم مساحت هستند. $S_{ADC} = S_{BDC} \rightarrow S_{ADC} - S_{ODC} = S_{BDC} - S_{ODC} \rightarrow S_{OAD} = S_{OBC}$	
۱۳ الف) خیر، مثال نقض: ممکن است دوزنقه متساوی الساقین باشد. ب) اگر a, b, c طول اضلاع یک مثلث باشند و $a^2 = b^2 + c^2$ باشد آن گاه مثلث قائم الزویه است. پ) فاصله نقطه همرسی تا وسط هر ضلع $\frac{1}{3}$ اندازه میانه و فاصله اش تا هر راس $\frac{2}{3}$ اندازه میانه نظیر آن راس است. ت) تعداد اضلاع + تعداد پاره خط ها = تعداد قطرها ث) اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آنها تشکیل می دهد که با مثلث اصلی متشابه است. ج) عکس قضیه: اگر یک چهارضلعی قطرهایش عمودمنصف یکدیگر باشند آنگاه لوزی است. قضیه دوشروطی: یک چهارضلعی لوزی است اگر و تنها اگر قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند. $\frac{x+y+z}{3+5+7} = \frac{2}{9} \rightarrow x+y+z = \frac{15 \times 2}{9} = \frac{10}{3}$ خ) اگر زوایای آنها هم اندازه و اندازه های اضلاع آنها متناسب باشند.	
۱۴ $b = 7, i = 10, S = \frac{b}{2} + i - 1 \rightarrow S = \frac{7}{2} + 10 - 1 = 12 \frac{1}{2}$	
۱۵ فرض کنید $AB < AC$ باشد، می خواهیم ثابت کنیم $\hat{C} < \hat{B}$ طبق فرض AC از AB بزرگتر است، پس روی ضلع AC از طرف راس A به اندازه AB جدا می کنیم. از D به B وصل می کنیم، مثلث ABD متساوی الساقین است: (۱) $\Delta ADC : AB = AD \rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1$ زاویه $\hat{B}_1$ جزئی از زاویه $\hat{B}$ است پس: (۲) $\hat{B}_1 > \hat{B}$ زاویه $\hat{D}_1$ یک زاویه خارجی مثلث BDC است و از هر زاویه داخلی غیرمجاور بزرگتر است: (۳) $\hat{D}_1 > \hat{C}$ $\xrightarrow{(1),(2),(3)} \hat{B} > \hat{B}_1 = \hat{D}_1 > \hat{C} \rightarrow \hat{B} > \hat{C}$	

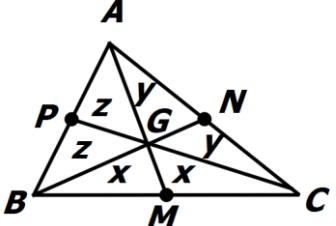


۱۶ (الف)  (ب) موازی یا متقاطع اند	۱۶
۱۷ بالا رو به رو 	۱۷
۱۸ (الف) دایره (ب) بیضی (پ) کره (ت) مخروط ناقص	۱۸
۱۹ (الف) استوانه ای به شعاع $l+a$ که حفره ای استوانه ای به شعاع l  (ب) دایره، در صورتی که صفحه قاطع از مرکز دایره بگذرد.	۱۹
۲۰ هر چهارضلعی مجموع زاویه های داخلی اش 360° درجه است.	۲۰
۲۱ مطابق شکل از سه راس مثلث ABC خطوط موازی با سه ضلع رسم می کنیم تا مثلث $A'B'C'$ بدست آید. چهارضلعی های $AB'CB$ و $C'ACB$ متوازی الاضلاع هستند، زیرا اضلاع روبه رو دو به دو موازی اند. $AB' = BC = C'A \rightarrow AB' = AC' \quad (1)$ پس A وسط $C'B'$ است. از طرفی $C'B'$ موازی BC است و AH عمود بر BC است پس بر $C'B'$ نیز عمود است. $\left. \begin{array}{l} AH \perp BC \\ BC \parallel B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp B'C' \quad (2)$ از (۱) و (۲) خواهیم داشت AH عمود منصف $B'C'$ است. با استدلال مشابه CH' و BH' به ترتیب عمود منصف های $A'B'$ و $C'A'$ هستند. از طرفی عمود منصف ها هم رس اند، پس ارتفاع های مثلث ABC هم رس اند. 	۲۱



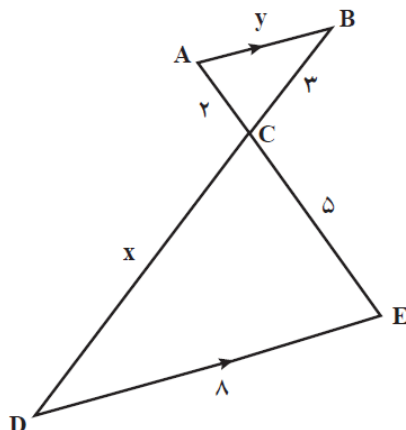
۲۲ ابتدا پارخط AC به طول ۷ سانتی متر را رسم می کنیم. سپس از وسط AC و در راستایی غیر از راستای AC و به اندازه ۲ سانتی متر پاره خطی رسم می کنیم تا نقطه B به دست آید. پاره خط رسم شده را از سمت دیگر به اندازه ۲ سانتی متر امتداد می دهیم تا نقطه D به دست آید و شکل کامل شود.	۲۳ فرض: $\hat{A} > \hat{B}$ حکم: $BC > AC$ برهان خلف: فرض می کنیم حکم غلط باشد، یعنی $BC \not> AC$ پس $BC \leq AC$ دو حالت زیر را در نظر می گیریم: حالت اول: $BC < AC$ طبق قضیه ای چون BC از AC کمتر است. پس زاویه روبه روی آن یعنی A کمتر از B است. که با فرض $\hat{A} > \hat{B}$ در تناقض است. حالت دوم: $BC = AC$ در این صورت مثلث ABC متساوی الساقین است، پس $\hat{B} = \hat{A}$ که با فرض $\hat{A} > \hat{B}$ در تناقض است. پس در هر دو حالت به تناقض رسیدیم، پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود.
۲۴ از آنجایی که ارتفاع مثلث ها یکسان است، پس نسبت مساحت های آن ها برابر نسبت قاعده های آن هاست. $S_{ACE} = 3S_{ADE} = 2S_{ABD} \rightarrow EC = 3DE = 2BD$ $BD = x \Rightarrow EC = 2x, DE = \frac{2}{3}x$ $\frac{BC}{DE} = \frac{x + \frac{2}{3}x + 2x}{\frac{2}{3}x} = \frac{\frac{11}{3}x}{\frac{2}{3}x} = \frac{11}{2}, \frac{DE}{BD} = \frac{\frac{2}{3}x}{x} = \frac{2}{3}$	۲۵ G روی میانه AM است پس بنابر نکته ای دو مثلث BGM و GMC هم مساحت اند. $S_{GBM} = S_{GMC} = x$ با استدلال مشابه برای بقیه نیز برقرار است. AM میانه است: $z + z + x = y + y + x \rightarrow 2z = 2y \rightarrow z = y$ BN میانه است: $z + z + y = x + x + y \rightarrow 2x = 2z \rightarrow z = x$



 پس خواهیم داشت: $Z = X = Y$	
گزینه پ درست است.	۲۶
گزینه الف درست است.	۲۷
گزینه ب درست است.	۲۸
گزینه الف درست است.	۲۹
گزینه ت درست است.	۳۰
الف) متقاطع اند - منطبق اند. ب) متقاطع اند. پ) بیشمار ت) یک	۳۱

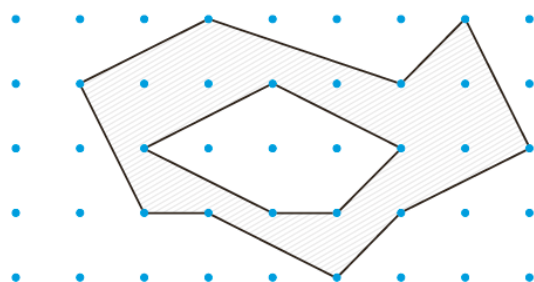
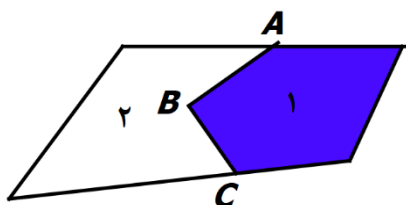
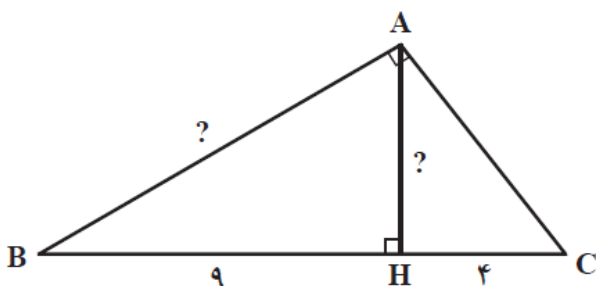
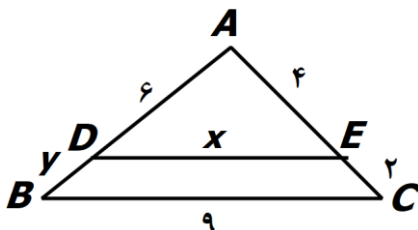


۱	مفاهیم زیر را به صورت دقیق تعریف کنید. (الف) گزاره (ب) لوزی (پ) استدلال استقرایی (ت) دو صفحه موازی (ث) عمود بودن خط بر صفحه
۲	درستی یا نادرستی هر کدام عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) عکس یک قضیه ممکن است درست یا نادرست باشد. (ب) در دو مثلث متشابه اگر نسبت ارتفاع ها $\frac{۹}{۴۹}$ باشد، نسبت میانه ها $\frac{۳}{۷}$ است. (پ) در هر دوزنقه متساوی الساقین، قطرهای اندازه های مساوی دارند و بر عکس. (ت) هر چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن هم اندازه و موازی باشند، متوازی الاضلاع است. (ث) اگر در متوازی الاضلاع یک زاویه قائمه باشد، مربع است. (ج) هر دو ضلع چندضلعی را که در یک انتها مشترک اند، دو ضلع مجاور و نقطه مشترک آن دو را رأس می نامند.
۳	جاهای خالی را با اعداد و عبارات مناسب پر کنید. (الف) اگر نقطه ای به فاصله ی یکسان از دو ضلع یک زاویه باشد آن گاه قرار دارد. (ب) در هر مثلث نسبت اندازه های هر دو ضلع با عکس نسبت وارد بر آن ها برابر است. (پ) در هر مثلث قائم الزاویه ضلع مقابل به زاویه ۳۰ درجه وتر است. (ت) در هر لوزی قطرهای روی زاویه قرار دارند. (ث) در هر چهارضلعی که قطرهای بر هم عمود باشند، مساحت برابر است با (ج) متوازی الاضلاعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، است. (ح) اگر دو صفحه در یک خط راست مشترک باشند، نسبت به هم هستند. (خ) در چهارضلعی هر دو ضلع را دو ضلع مقابل می نامند.
۴	کوتاه پاسخ دهید. (الف) نقیض گزاره " هر لوزی یک مربع است." را بیان کنید. (ب) در کدام n ضلعی تعداد قطرهای و ضلع ها برابر است؟ (پ) در دو مثلث متشابه مقابل مقدار X و Y را بیابید. (ت) نسبت مساحت های دو مثلث متشابه، $\frac{۴}{۹}$ است. اگر محیط یکی از آن ها ۱۲ واحد باشد، محیط مثلث دیگر چند واحد است؟
۵	مراحل رسم خط عمود بر یک خط از نقطه ای روی آن را توضیح دهید.





۶	به کمک برهان خلف نشان دهید از یک نقطه غیر واقع بر یک خط نمی توان بیش از یک خط عمود رسم کرد.
۷	در شکل زیر $DE \parallel BC$ مقادیر x و y را بیابید.
۸	به کمک روابط طولی در مثلث قائم الزاویه با توجه به مفروضات داده شده، مقادیر مجهول را بیابید. $BH = ۹, CH = ۴, AH = ?, AB = ?, AC = ?$
۹	قضیه: ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع، هر دو زاویه مجاور مکمل اند.
۱۰	قضیه: ثابت کنید در هر دوزنغه متساوی الساقین زاویه های مجاور به یک قاعده برابر هستند.
۱۱	الف) دو کشاورز می خواهند مرز مشترک ABC بین دو زمین خود را به یک پاره خط مستقیم تبدیل کنند به طوری که مساحت های زمین های آن تغییر نکند. چگونه شما می توانید این کار را برای آن ها انجام دهید؟
۱۲	با استفاده از قضیه پیک مساحت قسمت سایه زده شده را بیابید. (نوشتن فرمول الزامی است).





۱۳	هرگاه اندازه های سه ضلع از مثلثی با اندازه های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه اند.
۱۴	سه نمای بالا روبه رو و چپ شکل زیر رسم شده است. مشخص کنید هر تصویر مربوط به کدام نما است؟
۱۵	(الف) دو کره به شعاع های r و r' همدیگر را قطع کرده اند. نقاط مشترک واقع بر روی هر دو کره روی چه شکلی قرار دارند؟ اگر همه این نقاط را به مرکز یکی از دو کره وصل کنیم، چه شکلی به دست می آید؟ (ب) صفحه P کره ای به مرکز O و شعاع ۵ سانتی متری را قطع کرده است. اگر فاصله ی نقطه O از صفحه ۳ سانتی متر باشد، مساحت این سطح مقطع چقدر است؟
۱۶	در مورد خط و صفحه در فضا درستی یا نادرستی جملات را مشخص نمایید . (الف) از سه نقطه که روی یک خط راست نباشند، یک و تنها یک صفحه می گذرد. (ب) اگر خطی با یکی از خطوط صفحه ای موازی باشد، با آن صفحه موازی است. (ج) از دو خط متقاطع دو صفحه می گذرد . (د) در فضا دو خط عمود بر یک خط حتما موازی اند .
۱۷	(الف) روی تمام وجه های مکعب ها حرف A نوشته شده است. ۱۰ تا از این مکعب ها را به شکل ستونی روی می چینیم. چند حرف A دیده می شود؟ (ب) لااقل چند نقطه وجود دارد که در یک صفحه نیستند؟ (پ) اگر ربع یک دایره را حول شعاع مشخص شده دوران دهیم، شکل حاصل چه خواهد بود؟
۱۸	نشان دهید در کایت یک قطر عمود منصف قطر دیگر است.

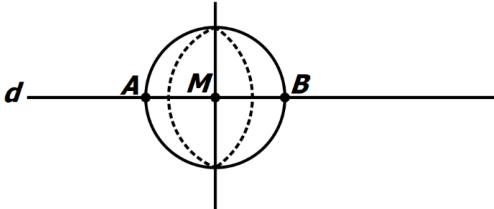


۱۹	نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین ABC مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده BC از دو سر ساق برابر ارتفاع مثلث است.
۲۰	اگر در یک مثلث متساوی الاضلاع فاصله های نقطه M درون مثلث از سه ضلع، برابر ۳ و ۳ و ۴ باشند. اندازه ضلع مثلث و مساحت مثلث را محاسبه کنید.

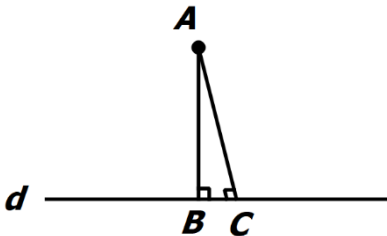
ردیف	راهنمای تصحیح
۱	الف) گزاره یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد، اگرچه درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد. ب) لوزی چهارضلعی است که، هر چهار ضلع آن هم اندازه باشند. پ) نوعی از استدلال، که از مشاهدات و بررسی موضوعی در چند حالت، نتیجه ای کلی در آن موضوع گرفته می شود یا به اصطلاح از جزء به کل می رسمیم. ت) اگر دو صفحه با هم نقطه اشتراکی نداشته باشند، نسبت به هم موازی هستند. ث) خط l بر صفحه P عمود است، هرگاه بر تمام خط های صفحه P که از نقطه A می گذرند، عمود باشد.
۲	الف) درست ب) درست پ) درست ت) نادرست ث) درست
۳	الف) روی نیمساز ب) ارتفاع پ) نصف وتر ت) نیمساز ث) نصف حاصل ضرب قطر ها چ) لوزی ح) متقاطع خ) غیرمجاور
۴	الف) وجود دارد یک لوزی که مربع نیست. ب) $\frac{n(n-3)}{2} = n \rightarrow \frac{n-3}{2} = 1 \rightarrow n-3 = 2 \rightarrow n = 5$ پ) $\begin{cases} \hat{B} = \hat{D} \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases} \longrightarrow \frac{2}{5} = \frac{3}{x} = \frac{y}{8} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{2} \\ y = \frac{16}{5} \end{cases}$ ت) $\frac{S}{S'} = k^2 = \frac{4}{9} \rightarrow k = \frac{2}{3} = \frac{P}{P'} \rightarrow \begin{cases} P = 12 \rightarrow \frac{12}{P'} = \frac{2}{3} \rightarrow P' = 18 \\ P' = 12 \rightarrow \frac{P}{12} = \frac{2}{3} \rightarrow P = 8 \end{cases}$
۵	خط d نقطه M را روی آن، مانند شکل مقابل در نظر بگیرید. می خواهیم خطی بکشیم که از M بگذرد و بر d عمود باشد. به کمک پرگار به مرکز M و شعاع دلخواه دایره ای رسم می کنیم محل تقاطع آن را با خط d را



A و B می نامیم. عمود منصف پاره خط AB را رسم کنید. عمود منصف پاره خط AB خطی است که بر خط d عمود است و از نقطه M می گذرد.



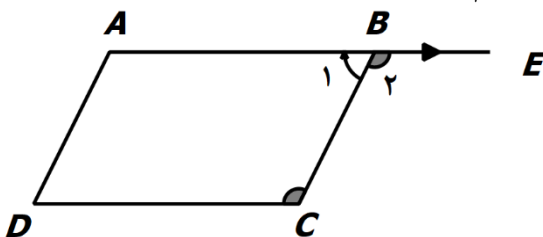
با برهان غیر مستقیم فرض می کنیم حکم غلط باشد؛ یعنی فرض می کنیم از نقطه A دو عمود بر خط d رسم کرده ایم که مانند شکل، خط d را در نقاط B و C قطع کرده اند. در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث ABC بزرگ تر از خواهد بود ۱۸۰ درجه خواهد شد و این غیر ممکن است. پس امکان رسم دو عمود از یک نقطه غیر واقع بر یک خط وجود ندارد؛ یعنی حکم نمی تواند غلط باشد.



$$\begin{cases} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \rightarrow \frac{6}{y} = \frac{4}{2} \rightarrow 4y = 12 \rightarrow y = 3 \\ \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{6}{9} = \frac{x}{9} \rightarrow x = 6 \end{cases}$$

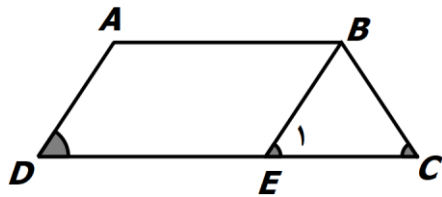
$$\begin{cases} AH^2 = BH \times HC \rightarrow AH^2 = 9 \times 4 = 36 \rightarrow AH = 6 \\ AB^2 = BH \times BC \rightarrow AB^2 = 9 \times 13 \rightarrow AB = 3\sqrt{13} \\ AC^2 = HC \times BC \rightarrow AC^2 = 4 \times 13 \rightarrow AC = 2\sqrt{13} \end{cases}$$

چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. دو خط AE و DC موازی اند، بنا بر قضیه خطوط موازی و مورب $\hat{B}_p = \hat{C}$ ، از طرفی دو زاویه $\hat{B}_p$ و $\hat{B}_p$ مکمل هستند، پس دو زاویه $\hat{B}_p$ و $\hat{C}$ نیز مکمل هستند.





۱۰ دوزنقه متساوی الساقین ABCD را که در آن $AD = BC$ است



را در نظر می گیریم. از راس B خطی موازی ساق AD رسم می کنیم

تا قاعده DC را در E قطع کند. در این صورت

چهارضلعی ABED متوازی الاضلاع است.

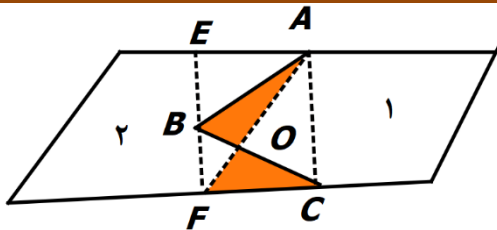
بنا بر قضیه ی خطوط موازی و مورب (۱) $\hat{E}_1 = \hat{D}$ از طرفی در متوازی

الاضلاع، ضلع های روبه رو برابر هستند،

یعنی $AD = BE$ و طبق فرض هم $AD = BC$ است، پس خواهیم داشت: $BE = BC$ در نتیجه مثلث

BEC یک مثلث متساوی الساقین است پس (۲) $\hat{E}_1 = \hat{C}$ از (۱) و (۲) خواهیم داشت: $\hat{D} = \hat{C}$

۱۱ از A به C متصل، و از B موازی خط AC رسم کنید



تا دو مرز دیگر را در E و F قطع کند. این مرز مشترک جدید

می تواند مرز AF باشد. البته مرز EC هم می تواند باشد.

بنا بر قضیه ی پروانه مثلث های OAB و OFC

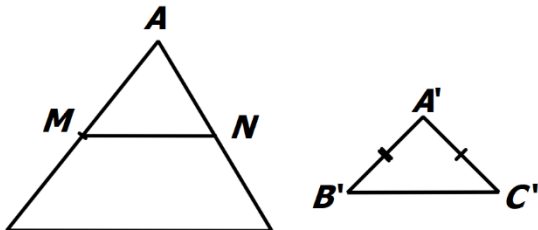
هم مساحت هستند. این دو مثلث را اگر بین دو مزرعه جابه جا کنیم مرز بین آن ها یک خط مستقیم

خواهد شد به طوری که مساحت زمین ها هم تغییر نکند.

۱۲ مساحت چند ضلعی داخلی را از مساحت چند ضلعی بیرونی کم می کنیم.

$$\begin{cases} S_r = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{9}{2} + 13 - 1 = 16 / 5 \\ S_l = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{5}{2} + 3 - 1 = 4 / 5 \end{cases} \Rightarrow S_T = S_r - S_l = 16 / 5 - 4 / 5 = 12$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$



روی ضلع های AB و AC پاره خط AM و AN را به ترتیب هم اندازه $A'B'$ و $A'C'$ جدا می کنیم.

در فرض به جای $A'B'$ و $A'C'$ مساوی های آن ها را قرار می دهیم: (۱) $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ بنا بر

عکس تالس $MN \parallel BC$ از قضیه اساسی تشابه، نتیجه ای می گیریم که: $\Delta AMN \sim \Delta ABC$

تعمیم قضیه تالس را در مثلث ABC می نویسیم: (۲) $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم

که $MN = B'C'$: دو مثلث AMN , $A'B'C'$ به حالت تساوی سه ضلع (ض ض ض) هم نهشت هستند.



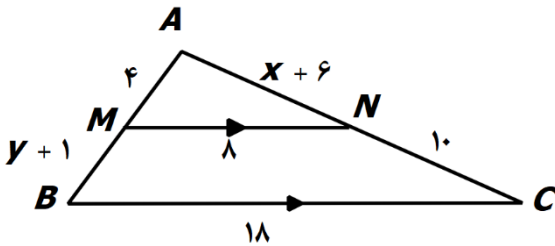
$\begin{cases} \Delta AMN \square \Delta ABC \\ \Delta AMN \cong \Delta A'B'C' \end{cases} \rightarrow \Delta ABC \square \Delta A'B'C'$	
چپ رو به رو بالا	۱۴
الف) دایره - مخروط ب) $r^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \rightarrow r = 4 \Rightarrow S = \pi r^2 \rightarrow S = 16\pi$	۱۵
الف) درست ب) درست پ) نادرست ت) نادرست	۱۶
الف) $4 \times 10 + 1 = 41$ ب) ۴ ت) نیمکره	۱۷
$\begin{cases} AB = AD \\ BC = DC \\ AC = AC \end{cases} \longrightarrow \Delta ABC \square \Delta ADC \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2, \hat{C}_1 = \hat{C}_2, OB = OD$ پس AC نیمساز زاویه های A و C است. $\hat{O}_1 = \hat{O}_2, \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 90^\circ$ پس AC عمود منصف BD است.	۱۸
$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times BF, S_{AMB} = \frac{1}{2} AB \times BF = \frac{1}{2} AC \times MG = \frac{1}{2} AC \times MG$ $S_{AMC} = \frac{1}{2} AC \times MH$ $S_{ABC} = S_{AMB} + S_{AMC} \rightarrow \frac{1}{2} AC \times BF = \frac{1}{2} AC \times BF + \frac{1}{2} AC \times MH \rightarrow BF = MG + MH$	۱۹
$AH = 3 + 3 + 4 = 10, AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a = 10 \rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{3}}$ $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{100}{3} \sqrt{3}$	۲۰



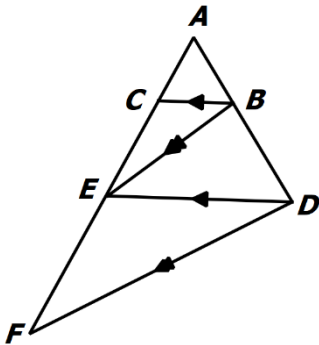
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) نقاط شبکه ای (ب) مستطیل (پ) n ضلعی (ت) برهان خلف (ث) دوزنقه (ج) قضیه (د) عکس قضیه
۲	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) اگر وسط های سه ضلع هر مثلث را به هم متصل کنیم، چهار مثلث هم نهشت و در نتیجه با مساحت های برابر پدید می آید. ب) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث کوچک تر است. پ) اگر خطی بر دو خط متقاطع از صفحه ای، در محل تقاطع عمود باشد، بر آن صفحه عمود است. ت) هر چهار ضلعی که قطر های آن عمود منصف یکدیگر باشند، لوزی است. ث) در هر مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو مثلث قائم الزاویه تفکیک می کند که هر دو با هم و با مثلث اصلی متشابه اند. ج) اگر دو ارتفاع از یک مثلث با هم برابر باشند، آنگاه اضلاع نظیر به آن ارتفاع ها نیز با هم برابرند. ح) در تفکر تجسمی از عبارات و جملات و شیوه های زبانی برای تفکر استفاده می شود.
۳	جاهای خالی را با کلمات و عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر نقطه ای روی عمود منصف یک پاره خط قرار داشته باشد از دو سر آن پاره خط ب) هرگاه با در نظر گرفتن خط شامل هر ضلع آن، بقیه نقاط چندضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند، چندضلعی است. پ) در دو مثلث متشابه نسبت بین دو ارتفاع متناظر $\frac{1}{4}$ برابر است. اگر مساحت مثلث کوچک تر ۵ باشد، مساحت مثلث بزرگ تر است. ت) در هر متوازی الاضلاع قطر ها ث) طول های اضلاع یک مثلث ۱۰ و ۱۱ و ۱۵ سانتی متر است و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن، ۱۰ سانتی متر است. نسبت تشابه و محیط مثلث دوم است. ج) خط و صفحه نقطه اشتراک داشته باشند خط بر صفحه واقع است. چ) دو پاره خط برهم عمودند و یکی را حول دیگری دوران داده ایم. ساخته می شود. ح) اگر یک مستطیل را حول طول یا عرض آن دوران دهیم، ساخته می شود. خ) از یک نقطه ی غیرواقع بر یک صفحه، خط موازی با آن صفحه می توان رسم کرد. ل) اگر دو قطر یک متوازی الاضلاع برابر باشند، است.
۴	توضیح دهید که چگونه می توان مثلثی به طول اضلاع ۴ و ۵ و ۶ واحد رسم کرد.
۵	الف) نقیض گزاره ی زیر را بنویسید. «مثلثی با دو زاویه قائمه وجود ندارد» ب) برای گزاره ی زیر یک مثال نقض بزنید. به ازای هر عدد طبیعی n، مقدار عبارت $n^2 + n + 4$ عددی اول است.



در شکل مقابل $MN \parallel BC$ مقادیر x و y را به دست آورید.



با توجه به شکل زیر ثابت کنید AE واسطه هندسی بین AC و AF است.



هرگاه دو مثلث، متشابه باشند، آنگاه نسبت اندازه های میانه ها، نسبت تشابه است.

قضیه: در هر مثلث قائم الزاویه اندازه میانه وارد بر وتر نصف اندازه وتر است.

قضیه: ثابت کنید اگر در یک چهار ضلعی، ضلع های مقابل دو به دو هم اندازه باشند، چهار ضلعی متوازی الضلاع است.

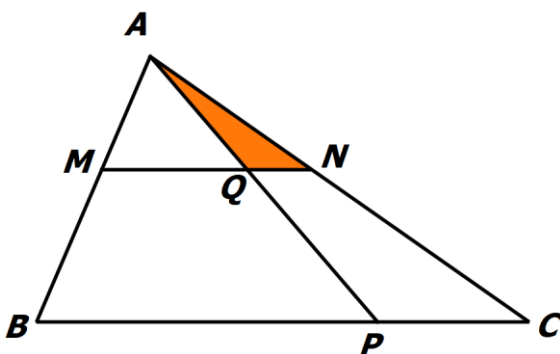
الف) ثابت کنید اگر وسط های ضلع های هر چهار ضلعی را به طور متوالی به هم وصل کنیم، یک متوازی الاضلاع پدید می آید.

ب) این چهار ضلعی باید چه ویژگی ای داشته باشد تا این متوازی الاضلاع مستطیل یا لوزی شود؟

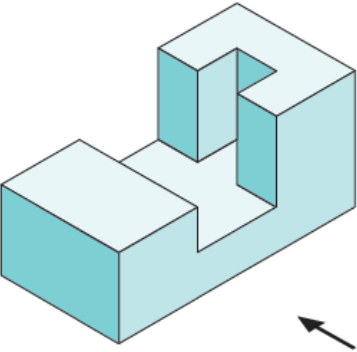
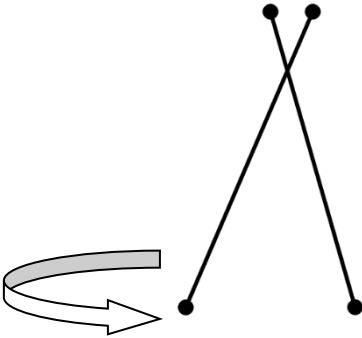
پ) چه رابطه ای بین محیط متوازی الاضلاع پدید آمده با اندازه های قطر های چهار ضلعی اولیه وجود دارد؟

در مثلث ABC، خط MN موازی ضلع BC است و $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}$ و $\frac{PC}{PB} = \frac{1}{3}$ هم چنین است.

S_{MQPB} و S_{AQN} چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

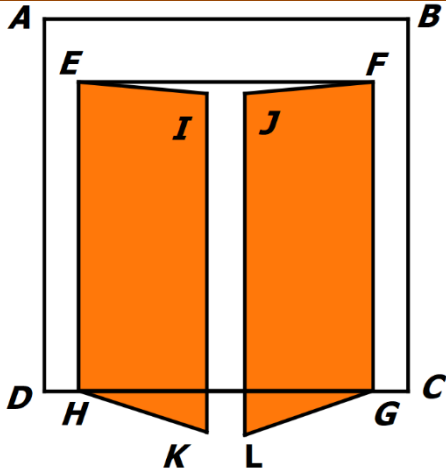




۱۳	از تقاطع نیمسازهای داخلی متوازی الاضلاع $ABCD$ ، چهارضلعی $MNPQ$ پدید آمده است. ثابت کنید این چهارضلعی مستطیل است.
۱۴	مساحت یک چند ضلعی شبکه ای ۹ است. اگر تعداد نقاط مرزی آن ۳ برابر تعداد نقاط درونی اش باشد، تعداد نقاط مرزی و درونی آن را بیابید.
۱۵	به سوالات زیر کوتاه پاسخ دهید. (الف) در فضا از یک خط چند صفحه می گذرد؟ (ب) اگر خطی بر یکی از دو صفحه موازی عمود باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟ (پ) از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه، چند خط می توان به آن صفحه عمود کرد؟ (ت) دو خط موازی را در نظر بگیرید. اگر یکی از خطوط را حول دیگری دوران دهیم چه جسم هندسی ای ساخته می شود؟
۱۶	(الف) دو صفحه متقاطع P و Q بر صفحه R عمودند. فصل مشترک این دو صفحه نسبت به صفحه R چه وضعیتی دارد؟ (ب) دو صفحه در فضا نسبت به هم چگونه اند؟
۱۷	در شکل زیر نمای بالا، روبه رو و سمت چپ را رسم کنید. 
۱۸	ثابت کنید در هر مثلث، مجموع اندازه های هر دو ضلع از اندازه ضلع سوم بزرگتر است.
۱۹	(الف) دو پاره خط متقاطع را مطابق شکل در نظر بگیرید. اگر یکی از پاره خط ها را حول دیگری دوران دهیم، چه جسم هندسی ای ساخته می شود؟ 



(ب) اندازه ضلع یک لوزی ۱۰ و اختلاف طول قطرهای آن ۴ است مساحت لوزی را به دست آورید ؟



۲۰

در شکل زیر موارد خواسته شده را بیابید.

(الف) وضعیت خط AL و صفحه $EIKH$ چگونه است؟

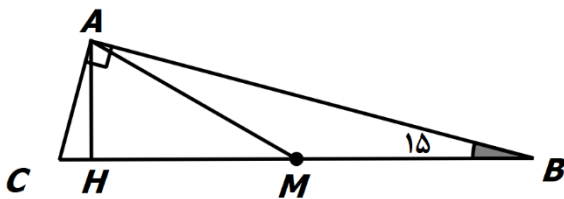
(ب) وضعیت خطوط FG و EL

(پ) وضعیت خطوط EF و FG

در مثلث قائم الزاویه ABC ، اندازه زاویه B برابر ۱۵ درجه است. با رسم میانه و ارتفاع وارد بر وتر نشان

۲۱

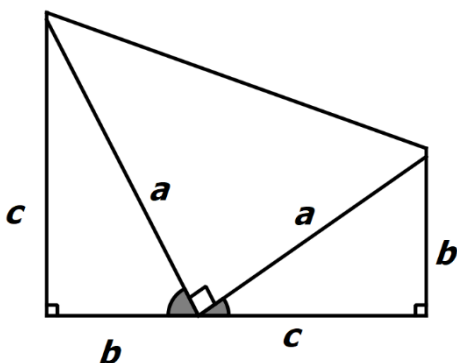
دهید اندازه ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{4}$ اندازه وتر است.



مساحت دوزنقه مقابل را به دو طریق به دست آورید. از مساوی قرار دادن آنها چه نتیجه ای به دست می

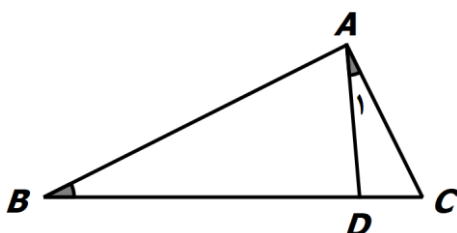
۲۲

آید؟

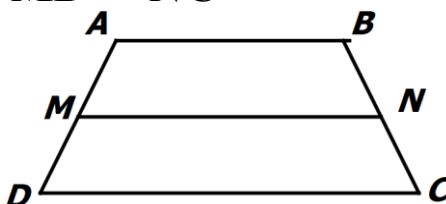


در شکل روبه رو $\hat{A}_1 = \hat{B}$ و $AC = ۴$ و $BD = ۶$ ، طول BC را به دست آورید.

۲۳

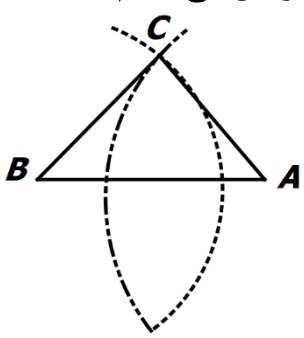
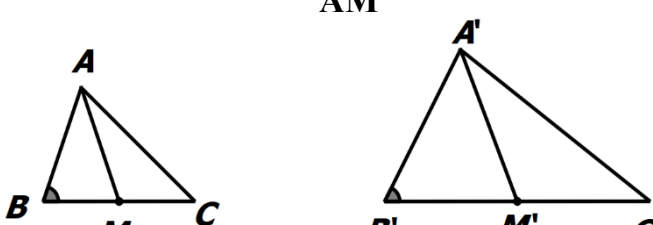




۲۴	ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی بین دو قطعات ایجاد شده روی وتر است.
۲۵	با برهان خلف ثابت کنید خطی که یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می کند.
۲۶	در دوزنقه زیر ، ثابت کنید: (قضیه تالس در دوزنقه)
	$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$ 
۲۷	عکس قضیه فیثاغورس را بیان و ثابت کنید.
۲۸	اگر در یک چهارضلعی هر دو زاویه مقابل هم اندازه باشند، چهارضلعی متوازی الاضلاع است.
۲۹	هر چهارضلعی که هر دو زاویه مجاور آن مکمل باشند، متوازی الاضلاع است.
۳۰	ثابت کنید اگر نقطه ای از دوسر یک پاره خط به یک فاصله باشد روی عمود منصف قرار دارد.

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	الف) نقطه ها روی خط های افقی و عمودی واقع اند؛ به طوری که فاصله هر دو نقطه متوالی روی یک خط افقی (عمودی) برابر واحد است ب) مستطیل چهارضلع یای است که، همه زاویه های آن قائمه باشند. پ) شکلی است شامل n پاره خط متوالی که: هر پاره خط، دقیقاً دو پاره خط دیگر را در نقاط انتهایی خودش قطع کند. هر دو پاره خط که در یک انتها مشترک اند، روی یک خط نباشند. ت) نوعی از استدلال که در مسائل ریاضی و هندسی کاربرد دارد، برهان غیرمستقیم یا برهان خلف است. بدین صورت که به جای اینکه به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می کنیم حکم غلط باشد به یک تناقض یا به یک گزاره غلط یا غیرممکن می رسیم. در این حالت نتیجه می گیریم که فرض غلط بودن حکم نادرست بوده و حکم نمی تواند غلط باشد. ث) دوزنقه چهارضلعی ای است که فقط دو ضلع آن موازی باشند. ج) برخی نتایج مهم و پرکاربرد که با استدلال استنتاجی به دست می آید، قضیه نامیده می شود. د) اگر در یک قضیه، جای فرض و حکم را عوض کنیم به آنچه حاصل می شود عکس قضیه گفته می شود.
۲	الف) درست ب) نادرست پ) درست ت) نادرست ث) درست ج) درست چ) نادرست



۳	الف) به یک فاصله است. (ب) محدب (پ) ۸۰ (ت) یکدیگر را نصف می کنند. ث) ۲۴ (ج) بی شمار (چ) دایره توپر (ح) استوانه (خ) یک (ل) مستطیل
۴	ابتدا پاره خط AB را به اندازه ۶ سانتی متر به کمک خط کش رسم می کنیم. به مرکز A و B به ترتیب به شعاع های ۴ و ۵ کمان می زنیم، محل برخورد آن ها را C می نامیم. از C به A و B وصل می کنیم. 
۵	الف) مثلثی با دو زاویه قائمه وجود دارد. ب) $n = 41 \rightarrow 41^2 + 41 + 41 = 41(41 + 1 + 1) = 41 \times 43$ مثال نقض
۶	$\begin{cases} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{4}{y+5} = \frac{8}{18} \rightarrow y+5=9 \rightarrow y=4 \\ \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{x+6}{10} \rightarrow x+6=8 \rightarrow x=2 \end{cases}$
۷	در مثلث ADE چون طبق قضیه تالس داریم: (۱) $\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD}$ در مثلث ADF چون طبق قضیه تالس داریم: (۲) $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD}$ $\xrightarrow{(1),(2)} \frac{AC}{AE} = \frac{AE}{AF} \rightarrow AE^2 = AC \times AF$
۸	$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C', \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \Rightarrow \frac{A'M'}{AM} = k$ چون دو مثلث ABC و A'B'C' متشابه هستند، پس $\hat{B} = \hat{B}'$ $\frac{B'M'}{BM} = \frac{\frac{1}{2}B'C'}{\frac{1}{2}BC} = \frac{B'C'}{BC} = k \rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'M'}{BM}$ بنا بر قضیه ۲ تشابه دو مثلث ABM و A'B'M' متشابه هستند، پس $\frac{A'M'}{AM} = k$ 



۹	مثلث قائم الزاویه ABC را که در راس A قائمه است در نظر می گیریم و AM میانه وارد بر وتر است. روی نیم خط AM نقطه D را چنان در نظر می گیریم که $AM = MD$. در چهار ضلعی ABCD قطرهایش منصف یکدیگرند، پس متوازی الاضلاع است. متوازی الاضلعی که یک زاویه قائمه داشته باشد، مستطیل است. در مستطیل قطرها با هم برابرند، پس: $\begin{cases} BC = AD \\ AD = 2AM \end{cases} \Rightarrow 2AM = BC \rightarrow BC = \frac{AM}{2}$
۱۰	در چهارضلعی ABCD قطر BD را رسم می کنیم. $\begin{cases} AB = DC \\ AD = BC \\ BD = BD \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \Delta ABD \cong \Delta BDC$ در نتیجه $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$، بنا بر عکس قضیه خطوط موازی و مورب خواهیم داشت: $AB \parallel DC$ در نتیجه $\hat{B}_2 = \hat{D}_2$، بنا بر عکس قضیه خطوط موازی و مورب خواهیم داشت: $AD \parallel BC$ پس چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.
۱۱	می دانیم پاره خطی در مثلث که وسط دو ضلع را به هم وصل می کند، موازی و مساوی نصف ضلع سوم است. در مثلث ADB داریم: $AM = MB$ و $AN = NB$. $\frac{AM}{MD} = \frac{AN}{NB} = 1 \xrightarrow{\text{عکس}} MN \parallel BD$ $\frac{AM}{AD} = \frac{MN}{DB} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2} BD$ پس: $MN \parallel \frac{BD}{2}$ با استدلال مشابه خواهیم داشت: $MQ \parallel \frac{AC}{2}$، $QP \parallel \frac{BD}{2}$، $NP \parallel \frac{AC}{2}$ پس MN و PQ با هم موازی و MQ و NP با هم موازی اند، پس چهارضلعی MNPQ متوازی الاضلاع است.

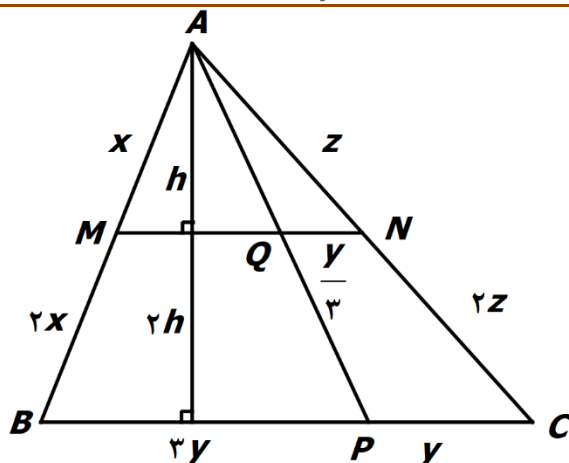
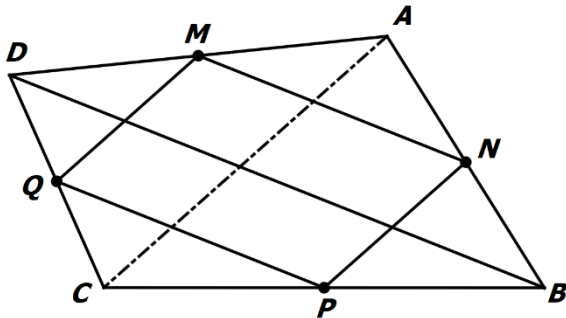


$$P_{PQMN} = MN + NP + PQ + MQ = \frac{BD}{2} + \frac{AC}{2} + \frac{BD}{2} + \frac{AC}{2} = BD + AC$$

محیط متوازی الاضلاع برابر است با مجموع قطرهای چهارضلعی اولیه.

برای اینکه چهارضلعی حاصل مستطیل باشد این است که قطرهای چهارضلعی اولیه بر هم عمود باشند.

برای اینکه چهارضلعی حاصل لوزی باشد این است که قطرهای چهارضلعی اولیه با هم مساوی باشند.



$$QN \parallel PC \Rightarrow \frac{QN}{PC} = \frac{z}{3z} \rightarrow \frac{QN}{y} = \frac{1}{3} \rightarrow QN = \frac{y}{3}$$

$$\frac{S_{AQN}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} h \times \frac{y}{3}}{\frac{1}{2} \times 3h \times 3y} = \frac{1}{36}$$

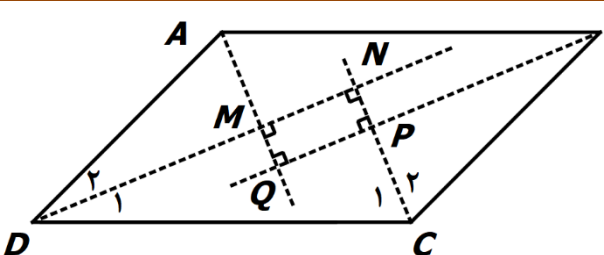
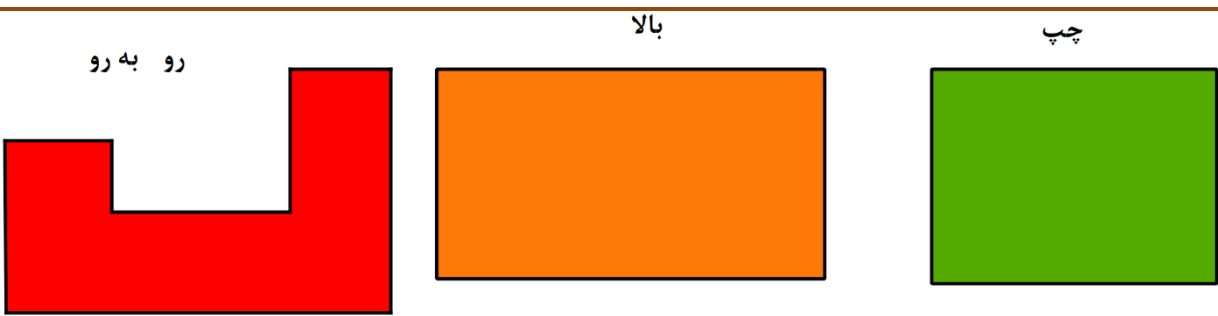
$$MQ \parallel BP \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MQ}{BP} \Rightarrow \frac{MQ}{3y} = \frac{x}{3x} \rightarrow \frac{MQ}{3y} = \frac{1}{3} \rightarrow MQ = y$$

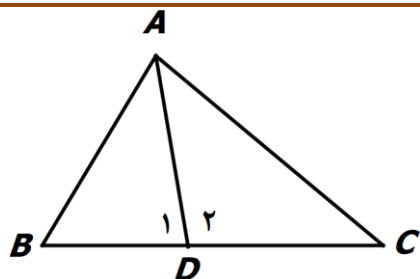
$$\frac{S_{MQPB}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times 2h \times (y + 3y)}{\frac{1}{2} \times 3h \times 3y} = \frac{2}{3}$$

می دانیم در هر متوازی الاضلاع زاویه های مجاور مکمل اند. پس :

۱۳



 $\hat{D} + \hat{C} = 180 \Rightarrow \hat{D}_1 + \hat{D}_2 + \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180 \rightarrow 2\hat{D}_1 + 2\hat{C}_1 = 180$ $\rightarrow \hat{D}_1 + \hat{C}_1 = 90$ در مثلث DNC زاویه $\hat{N} = 90^\circ$ است. با استدلال مشابه تمام زاویه های چهارضلعی MNPQ همگی 90° درجه هستند. پس این چهارضلعی قطعاً مستطیل است. $\hat{A} + \hat{D} = 180 \rightarrow 2\hat{D}_1 + 2\hat{A}_1 = 180$ $\rightarrow \hat{D}_1 + \hat{A}_1 = 90 \Rightarrow \Delta ADM \rightarrow \hat{M} = 90^\circ$	
$b = 3i, S = \frac{b}{2} + i - 1 \rightarrow 9 = \frac{3i}{2} + i - 1 \rightarrow 10 = \frac{5i}{2} \rightarrow$ $5i = 20 \rightarrow i = \frac{20}{5} = 4, b = 3i = 3 \times 4 = 12$	۱۴
الف) بی شمار (ب) عمود است. (پ) یک (ت) استوانه نامحدود	۱۵
الف) عمود (ب) یا موازی اند یا متقاطع اند.	۱۶
	۱۷
مثلث ABC را در نظر می گیریم فرض می کنیم AD نیمساز زاویه A باشد. زاویه یک زاویه خارجی برای مثلث ADB است پس از هر زاویه داخلی بزرگتر است پس: $\hat{D}_2 > \hat{A}_1$ از طرفی چون $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ پس طبق قضیه، ضلع روبه رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر از ضلع روبه رو به زاویه کوچکتر یعنی: $AC > DC$ با استدلال مشابه خواهیم داشت: $AB > BD$ در نتیجه خواهیم داشت: $\begin{cases} AC > DC \\ AB > BD \end{cases} \xrightarrow{+} AC + AB > \underbrace{BD + DC}_{BC} \rightarrow AC + AB > BC$	۱۸



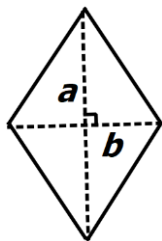
الف) جسم حاصل دو مخروط است که از راس به هم چسبیده اند.

۱۹

$$2a - 2b = 4 \rightarrow a - b = 2, \quad a^2 + b^2 = 10^2 = 100$$

$$\begin{cases} a - b = 2 \xrightarrow{^2} a^2 + b^2 - 2ab = 4 \xrightarrow{(1)} 100 - 4 = 2ab \rightarrow ab = 48 \\ a^2 + b^2 = 100 \quad (1) \end{cases} \quad (ب)$$

$$ab = 48, a - b = 2 \rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 6 \end{cases} \rightarrow s = \frac{1}{2} \times 2a \times 2b = 2ab = 2 \times 8 \times 6 = 96$$



الف) موازی (ب) متناظر (پ) متقاطع

۲۰

می دانیم در مثلث قائم الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است یعنی: $AM = \frac{1}{2} BC$.

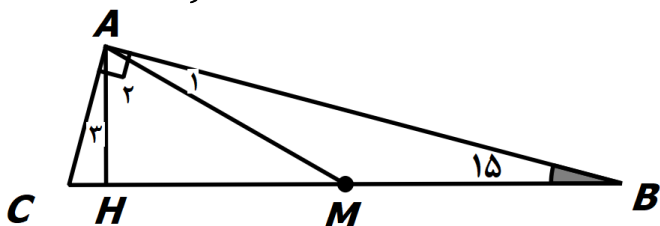
۲۱

$$AM = BM \Rightarrow \hat{A}_1 = 15$$

$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = 90 \\ B = 15 \end{matrix} \right\} \Rightarrow C = 75 \Rightarrow \hat{A}_r = 15 \left\} \rightarrow \hat{A}_r = 60 \rightarrow \hat{M}_1 = 30$$

می دانیم ضلع مقابل به زاویه ۳۰ درجه نصف وتر است یعنی: $AH = \frac{1}{2} AM$.

$$\left. \begin{matrix} AH = \frac{1}{2} AM \\ AM = \frac{1}{2} BC \end{matrix} \right\} \rightarrow AH = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} BC \right) = \frac{1}{4} BC$$

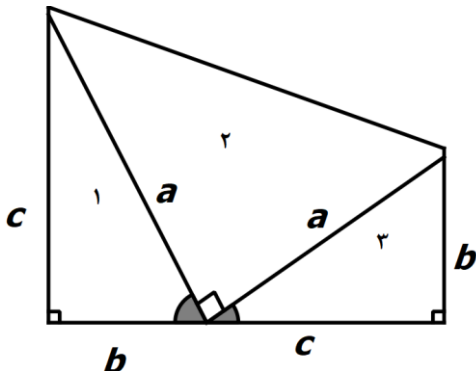




$$\begin{cases} S = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{1}{2}bc + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}bc = \frac{1}{2}(a^2 + 2bc) \\ S = \frac{1}{2}(b+c)(b+c) = \frac{1}{2}(b^2 + c^2 + 2bc) \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}(a^2 + 2bc) = \frac{1}{2}(b^2 + c^2 + 2bc) \rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

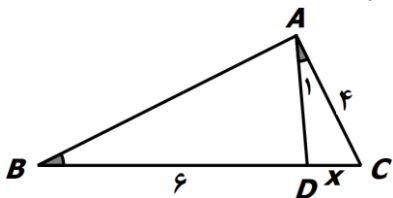
قضیه فیثاغورس اثبات می شود.



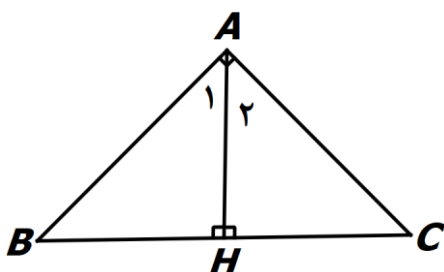
$$\left. \begin{matrix} \hat{A}_1 = \hat{B} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{matrix} \right\} \rightarrow \Delta ACD \sim \Delta ABC$$

$$\frac{DC}{AC} = \frac{AC}{BC} \rightarrow \frac{x}{6} = \frac{6}{x+6} \rightarrow x(x+6) = 36 \rightarrow x^2 + 6x - 36 = 0$$

$$\rightarrow (x+12)(x-6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -12 \times \\ x = 6 \end{cases} \rightarrow BC = 6 + 6 = 12$$



ابتدا به حالت تساوی ۲ زاویه نشان می دهیم که دو مثلث ACH و ABH متشابه هستند و سپس نسبت اضلاع متناظر آن ها را می نویسیم:



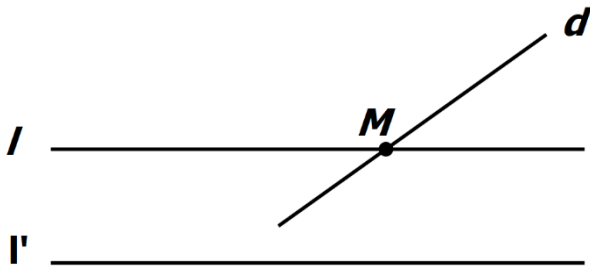
$$\left. \begin{matrix} \hat{B} = \hat{A}_2 \\ \hat{C} = \hat{A}_1 \end{matrix} \right\} \rightarrow \Delta ACH \sim \Delta ABH$$

$$\frac{HC}{AH} = \frac{AH}{BH} \rightarrow AH^2 = BH \times HC$$



۲۵

فرض کنیم خط d و دو خط موازی ℓ, ℓ' را داریم. به طوری که خط d خط ℓ را قطع کرده است. می خواهیم ثابت کنیم که خط d خط ℓ' را نیز قطع می کند.



با برهان خلف فرض می کنیم خط d خط ℓ' را نیز قطع نکند. محل تقاطع خطوط d و ℓ را M می نامیم. می بینیم که از نقطه M دو خط d و ℓ عبور کرده اند که ℓ' را قطع نکرده اند. یعنی هر دو خط d و ℓ به موازات ℓ' از نقطه M رسم شده اند که این تناقض می باشد. پس فرض خلف باطل و حکم ثابت است.

۲۶

یکی از قطرهای دوزنقه $ABCD$ مثلاً قطر AC را رسم می کنیم و نقطه برخورد آن با پاره خط MN را P می نامیم. در مثلث ADC چون طبق $MP \parallel DC$ قضیه تالس داریم:

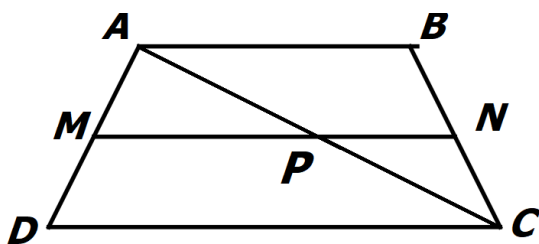
$$\frac{AM}{MD} = \frac{AP}{PC} \quad (1)$$

در مثلث ABC چون $PN \parallel AB$ طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{BN}{NC} = \frac{AP}{PC} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) خواهیم داشت:

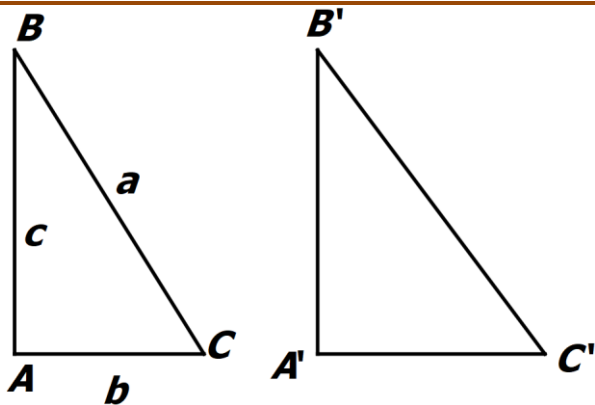
$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$



۲۷

اگر a, b و c طول اضلاع یک مثلث باشند و $a^2 = b^2 + c^2$ باشد آن گاه مثلث قائم الزویه است. اثبات:

دو پاره خط $A'B'$ و $A'C'$ را که بر هم عمود هستند و $A'B' = AB$ و $A'C' = AC$ هستند را رسم می کنیم. B' و C' را به هم وصل می کنیم تا مثلث قائم الزویه $A'B'C'$ حاصل شود.



طبق رابطه فیثاغورس در مثلث $A'B'C'$ داریم:

$$(B'C')^2 = (A'B')^2 + (A'C')^2 = (AB)^2 + (AC)^2 = c^2 + b^2$$

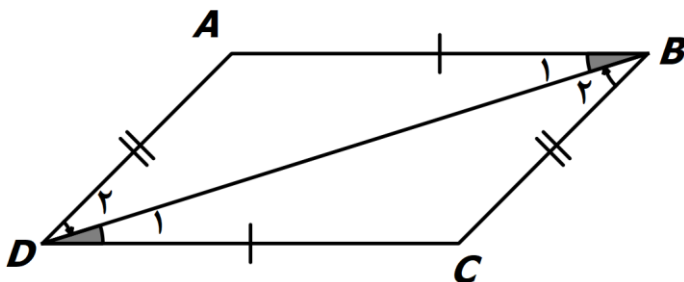
اما طبق صورت مساله داریم $a^2 = b^2 + c^2$ بنابراین:

$$(B'C')^2 = a^2 \Rightarrow B'C' = a \Rightarrow B'C' = BC$$

پس دو مثلث ABC و $A'B'C'$ به حالت تساوی سه ضلع هم نهشت هستند. بنابراین مثلث ABC نیز قائم الزویه است.

در چهارضلعی $ABCD$ قطر BD را رسم می کنیم.

۲۸



$$\begin{cases} AB = DC \\ AD = BC \\ BD = BD \end{cases} \rightarrow \Delta ABD \cong \Delta CDB \Rightarrow \begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \end{cases}$$

دو زاویه $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$ با هم برابرند: پس طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب $AB \parallel DC$

دو زاویه $\hat{B}_2 = \hat{D}_2$ با هم برابرند: پس طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب $AD \parallel BC$

پس چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است.

در چهارضلعی $ABCD$ ، دو زاویه B و C با هم مکمل

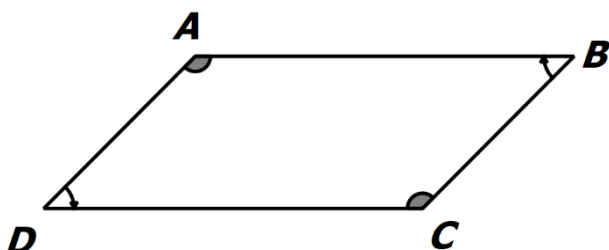
۲۹

اند. بنا بر قضیه خطوط موازی و مورب ضلع AB موازی

ضلع DC است. به همین ترتیب دو زاویه A و B نیز

مکمل اند. در نتیجه ضلع AD موازی ضلع BC است.

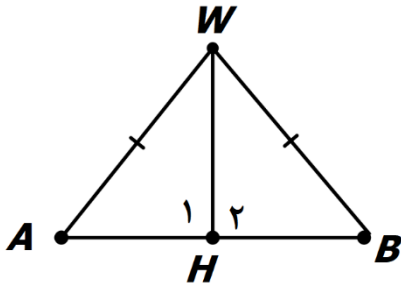
پس چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است.





۳۰

پاره خط AB و نقطه W را به گونه ای از A و B به یک فاصله باشد ($WA = WB$) می خواهیم نشان دهیم که W روی عمود منصف AB قرار دارد.

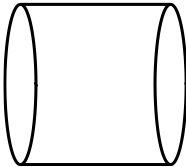
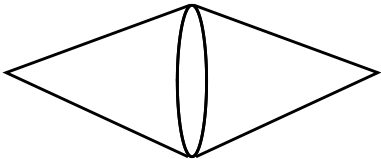
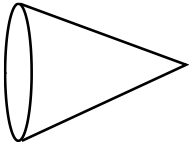
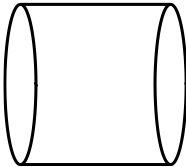
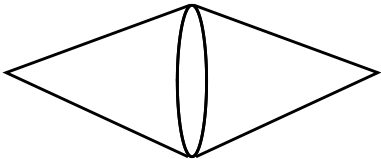
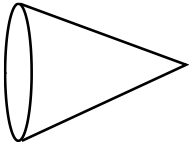
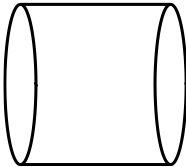
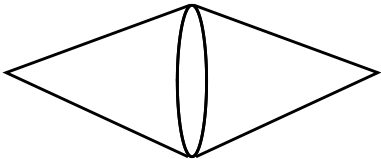
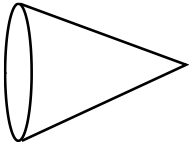


از W به A و B و به وسط پاره خط AB وصل می کنیم. دو مثلث WAH و WHB با هم به حالت سه ضلع هم نهشت هستند.

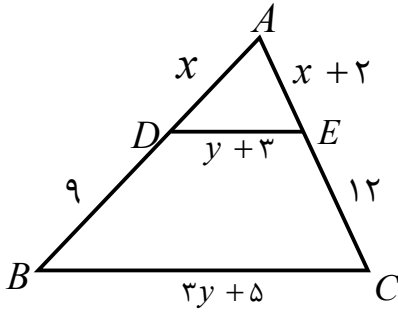
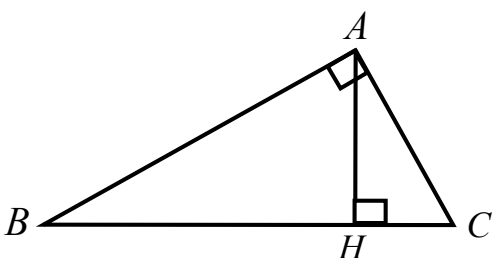
$$\begin{cases} WA = WB \\ WH = WH \\ AH = HB \end{cases}$$

پس دو زاویه $\hat{H}_1$, $\hat{H}_2$ با هم برابر هستند و از طرفی مجموع آن ها 180° درجه است پس هر دو با هم برابر و مساوی 90° درجه هستند. پس WH عمود منصف پاره خط AB است.

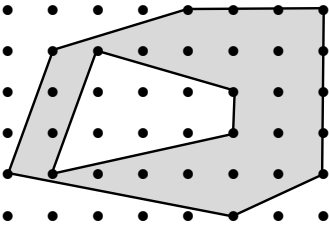
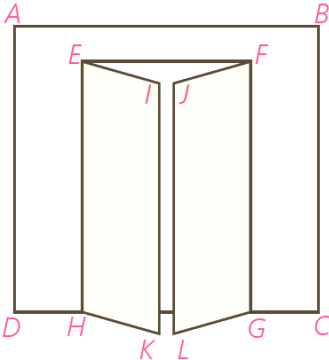
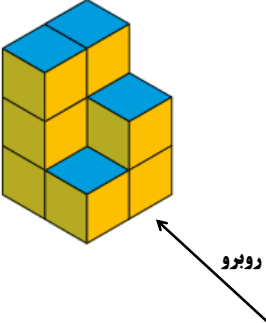


ردیف	سوالات	بارم																				
۱	درستی یا نادرستی هر کدام از موارد زیر را مشخص کنید. الف) نقیض گزاره «هیچ مثلثی دو زاویه قائمه ندارد» گزاره «هر مثلثی دو زاویه قائمه دارد» است. ☐ درست ☐ درست ب) هر چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، لوزی است. ☐ درست ☐ درست ج) هر چندضلعی شبکه‌ای حداقل سه نقطه‌ی مرزی دارد. ☐ درست ☐ درست د) هر دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه با هم موازی هستند. ☐ درست ☐ درست	۱																				
۲	هر عبارت از ستون A را به شکل مناسب از ستون B وصل کنید. (یکی از شکل‌های ستون B اضافه است). <table><tr><th colspan="2">ستون B</th><th colspan="2">ستون A</th></tr><tr><td>۱</td><td></td><td>الف</td><td>شکل حاصل از دوران یک مثلث متساوی‌الساقین حول ارتفاع وارد بر آن</td></tr><tr><td>۲</td><td></td><td>ب</td><td>شکل حاصل از دوران یک دوزنقه قائم‌الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده‌ها</td></tr><tr><td>۳</td><td></td><td>پ</td><td>شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول یک ضلع آن</td></tr><tr><td>۴</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	ستون B		ستون A		۱		الف	شکل حاصل از دوران یک مثلث متساوی‌الساقین حول ارتفاع وارد بر آن	۲		ب	شکل حاصل از دوران یک دوزنقه قائم‌الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده‌ها	۳		پ	شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول یک ضلع آن	۴				۰.۷۵
ستون B		ستون A																				
۱		الف	شکل حاصل از دوران یک مثلث متساوی‌الساقین حول ارتفاع وارد بر آن																			
۲		ب	شکل حاصل از دوران یک دوزنقه قائم‌الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده‌ها																			
۳		پ	شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول یک ضلع آن																			
۴																						
۳	متوازی‌الاضلاعی با طول قطرهای ۴ و ۶ رسم کنید و مراحل رسم آن را توضیح دهید.	۱.۲۵																				
۴	عکس قضیه تالس را بیان کنید.	۰.۵																				



۱.۵	ثابت کنید عمود منصف‌های اضلاع هر مثلث هم‌رسانند.	۵
۱.۵	در شکل مقابل $BC \parallel DE$، مقادیر x و y را بیابید. 	۶
۱	دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند. اگر طول اضلاع مثلث ABC برابر ۹، ۱۴ و ۱۵ سانتی‌متر باشند و طول کوتاه‌ترین ضلع مثلث $A'B'C'$ برابر ۶ سانتی‌متر باشد، اندازه محیط مثلث $A'B'C'$ را بیابید.	۷
۱	در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$)، ارتفاع وارد بر وتر است. اگر $AH = 4$ و $BH = 8$، طول CH و AC را بیابید. 	۸
۰.۵	الف) چند ضلعی محدب را تعریف کنید.	۹
۰.۷۵	ب) تعداد قطرهای یک چندضلعی محدب سه برابر تعداد اضلاع آن است. تعداد اضلاع این چندضلعی را حساب کنید.	
۱.۲۵	ثابت کنید در هر دوزنقه متساوی‌الساقین، طول قطرها با هم برابرند.	۱۰
۱.۲۵	ثابت کنید هر میانه‌ی مثلث، آن را به دو مثلث با مساحت‌های برابر تقسیم می‌کند.	۱۱

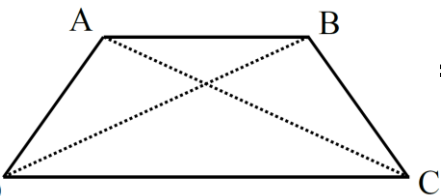
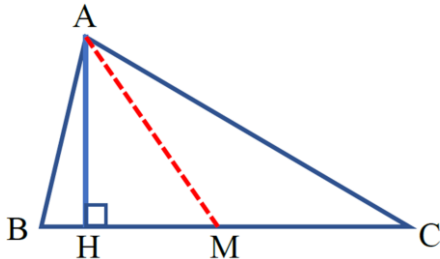


۱.۵	۱۲	اگر در یک مثلث متساوی الاضلاع، فاصله‌های نقطه‌ی M درون مثلث از سه ضلع برابر ۳، ۵ و ۶ باشند، اندازه ضلع و ارتفاع مثلث را حساب کنید.
۱.۲۵	۱۳	مساحت قسمت سایه زده شکل مقابل را حساب کنید. 
۲	۱۴	تجسم کنید دو لنگه‌ی در هر کدام 30° باز شده‌اند، وضعیت خط‌ها و صفحه‌های زیر را مشخص کنید. الف) صفحه‌های $EIKH$ و $JFGL$ ب) خط JL و صفحه‌ی $EIKH$ پ) خطوط GL و EI ت) خطوط FG و IK 
۱.۵	۱۵	صفحه P کره‌ای به مرکز O و شعاع ۵ سانتی‌متر را قطع کرده است. الف) سطح مقطع حاصل چه شکلی است؟ ب) اگر فاصله نقطه‌ی O از صفحه ۳ سانتی‌متر باشد، مساحت این سطح مقطع چقدر است؟
۱.۵	۱۶	نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ شکل مقابل را رسم کنید. 
۲۰	جمع بارم	

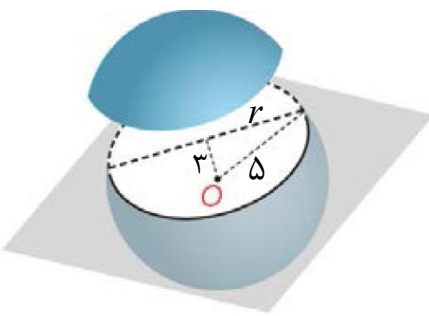
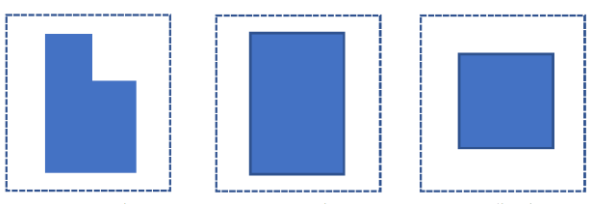


پاسخنامه

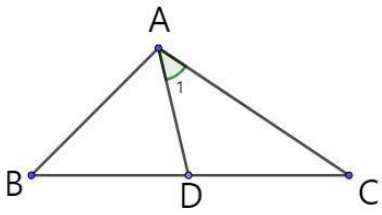
۱	درستی یا نادرستی هر کدام از موارد زیر را مشخص کنید. (الف) نادرست (نقیض: حداقل یک مثلثی وجود دارد که دو زاویه قائمه دارد) (ب) نادرست (می تواند یک کایت باشد) (ج) درست (چندضلعی حداقل مثلث است که سه رأس دارد که نقاط مرزی هستند) (د) نادرست (می توانند بر هم عمود باشند مانند سه کج دیوار!)	۱
۰.۷۵	الف) ۳ ب) ۴ ج) ۱ شکل ۲ حاصل از دوارن مثلث متساوی الساقین حول قاعده آن است.	۲
۱.۲۵	دو دایره ی هم مرکز به شعاع های ۲ و ۳ (نصف اندازه ی ۴ و ۶) رسم می کنیم. سپس از هر دایره یک قطر آن را رسم می کنیم. در نهایت با وصل کردن سر قطر ها به هم، متوازی الاضلاع خواسته شده رسم می شود.	۳
۰.۵	اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آنها، چهار پاره خط را با اندازه های متناظراً متناسب جدا کند آن گاه با ضلع سوم مثلث موازی است.	۴
۱.۵	چون پاره خط های AB و AC متقاطع هستند لذا عمود منصف های آنها هم در نقطه ای مثل O هم رس هستند. نقطه O روی عمود منصف AC قرار دارد لذا $OA = OC$ همچنین نقطه O روی عمود منصف AB قرار دارد لذا $OA = OB$. بنابراین $OA = OB = OC$ و لذا $OB = OC$ این یعنی نقطه O روی عمود منصف BC قرار دارد در نتیجه نقطه O محل برخورد عمود منصف اضلاع هستند.	۵
۱.۵	با استفاده از قضیه تالس داریم: $\frac{x}{9} = \frac{x+2}{12} \Rightarrow 12x = 9x + 18 \Rightarrow 12x - 9x = 18 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$ با استفاده از تعمیم قضیه تالس داریم:	۶

	$\frac{x}{x+9} = \frac{y+3}{3y+5} \Rightarrow \frac{6}{15} = \frac{y+3}{3y+5} \Rightarrow 18y + 30 = 15y + 45 \Rightarrow 18y - 15y = 45 - 30$ $\Rightarrow 3y = 15 \Rightarrow y = \frac{15}{3} = 5$	
۱	$k = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{15+14+9}{P_{A'B'C'}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{38}{P_{A'B'C'}} = \frac{3}{2} \Rightarrow P_{A'B'C'} = \frac{2 \times 38}{3} = \frac{76}{3}$	۷
۱	$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 4^2 = 8 \times CH \Rightarrow 16 = 8CH \Rightarrow CH = \frac{16}{8} = 2$ $AC^2 = CH \times BC = 2 \times (2+8) = 20 \Rightarrow AC = \sqrt{20}$	۸
۰.۵ ۰.۷۵	الف) چندضلعی را محدب گویند؛ هرگاه با در نظر گرفتن خط شامل هر ضلع آن، بقیه نقاط چندضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند. ب) فرض کنیم چندضلعی دارای n ضلع باشد در این صورت $\frac{n(n-3)}{2} = 3n \Rightarrow n(n-3) = 6n \Rightarrow n^2 - 3n - 6n = 0 \Rightarrow n^2 - 9n = 0 \Rightarrow n(n-9) = 0$ از آنجایی که تعداد اضلاع نمی تواند صفر باشد لذا $n - 9 = 0 \Rightarrow n = 9$	۹
۱.۲۵	فرض کنید در دوزنقه $ABCD$ داشته باشیم $AD = BC$ می دانیم در دوزنقه متساوی الساقین، زاویه مجاور به هر قاعده است لذا $\hat{D} = \hat{C}$  $\left. \begin{array}{l} AD = BC \\ DC = DC \\ \hat{D} = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow ADC \cong BDC \Rightarrow AC = BD$ جزای متناظر ض ض ض	۱۰
۱.۲۵	در شکل مقابل فرض کنیم AH ارتفاع مثلث ABC باشد و AM میانه مثلث ABC باشد در این صورت $BM = MC$ 	۱۱

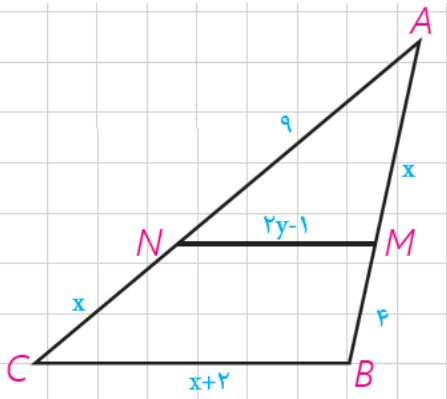


	$\frac{S_{ABM}}{S_{AMC}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times BM}{\frac{1}{2}AH \times MC} = \frac{BM}{MC} = \frac{BM}{BM} = 1 \Rightarrow \frac{S_{ABM}}{S_{AMC}} = 1 \Rightarrow S_{ABM} = S_{AMC}$	
۱.۵	مجموع فاصله هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع، برابر ارتفاع مثلث است. بنابراین: $h = ۶ + ۵ + ۳ = ۱۴$ از طرفی در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a داریم: $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow ۱۴ = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow \sqrt{3}a = ۲۸ \Rightarrow a = \frac{۲۸}{\sqrt{3}}$	۱۲
۱.۲۵	$S = \frac{b}{2} - ۱ + i \Rightarrow \begin{cases} S_1 = \frac{۱۱}{2} - ۱ + ۲۳ = ۲۷/۵ \\ S_2 = \frac{۴}{2} - ۱ + ۶ = ۷ \end{cases} \Rightarrow S = S_1 - S_2 = ۲۰/۵$	۱۳
۲	الف) متقاطع ب) موازی پ) متناظر ت) موازی	۱۴
۱.۵	الف) دایره ب)  $r^2 = ۵^2 - ۳^2 = ۱۶ \Rightarrow r = \sqrt{۱۶} = ۴ \Rightarrow S = \pi r^2 = ۱۶\pi$	۱۵
۱.۵	 نمای سمت چپ نمای روبه‌رو نمای بالا	۱۶



بارم	سوالات	
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. الف) نقطه ای که از هر سه راس مثلث به یک فاصله باشد، محل برخورد نیمسازهای مثلث است. ب) واسطه هندسی دو پاره خط به طولهای ۸ و ۱۰ برابر $3\sqrt{5}$ است. ج) در هر مثلث قائم الزاویه اندازه میانه وارد بر وتر برابر اندازهی وتر است. د) دو صفحه موازی با یک صفحه با هم موازی هستند.	۱
۲	جای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) اگر در یک قضیه جای فرض و حکم را با هم عوض کنیم به آن می گویند. ب) هرگاه اندازه ارتفاع های دو مثلث برابر باشد نسبت مساحت آن دو مثلث برابر است با نسبت آنها. ج) ۶ نقطه را توسط پاره خط میتوان به هم وصل کرد. د) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل میشود آن نامیده میشود.	۲
۰/۷۵	به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) قضیه فیثاغورث را به صورت یک قضیه <u>دوشرطی</u> بنویسید. ب) برای گزاره (هر چهار ضلعی که قطر هایش عمود باشند، مربع است.) مثال نقض بنویسید	۳
۱/۵	ثابت کنید هر سه نیمساز داخلی مثلث همرس هستند.	۴
۰/۵	اگر $x + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = \frac{3}{5}$ حاصل $x + y + z$ را بدست آورید.	۵
۱	در شکل زیر $\hat{A}_1 = \hat{B}$ ابتدا نشان دهید که دو مثلث ABC و ADC متشابه اند و سپس تناسب بین اضلاع آنها را بنویسید. 	۶



۱/۷۵	در شکل مقابل مقادیر x و y را با راه حل کامل بیابید. ($MN \parallel BC$)	۷
		
۱/۵	ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع قطرهای یکدیگر را نصف میکنند.	۸
۱/۵	ثابت کنید اگر در یک دوزنقه زاویه های مجاور به قاعده باهم برابر باشند آن دوزنقه متساوی الساقین است. (شکل را رسم کرده و فرض و حکم را مشخص کرده و سپس اثبات را بنویسید)	۹
۱	ثابت کنید در هر مثلث متساوی الاضلاع مجموع فاصله های یک نقطه داخل مثلث از اضلاع مثلث برابر است با ارتفاع مثلث.	۱۰
۱	نقطه M درون مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a از سه ضلع مثلث به فاصله های ۲ و ۴ و ۶ است. اندازه ضلع مثلث را بدست آورید.	۱۱

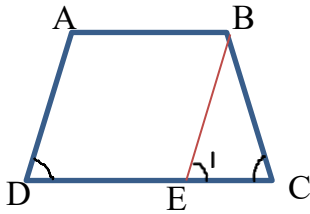
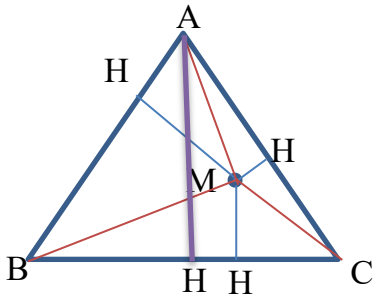
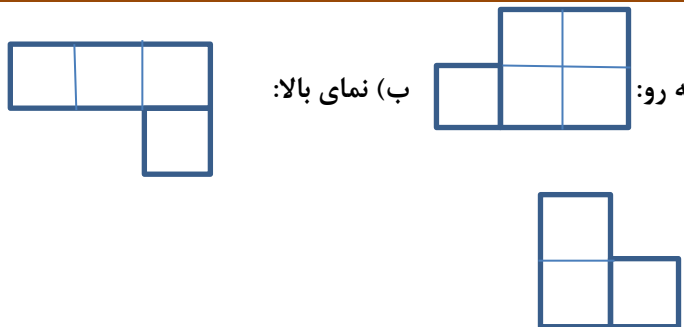


۱/۲۵	با توجه به مساحت چندضلعی های شبکه ای مساحت قسمت هاشور خورده را بدست آورید.	۱۲
۱	مکعب رو به رو را در نظر بگیرید و به سوالات پاسخ دهید. (الف) وضعیت یالهای EA و GF : (ب) وضعیت یالهای EF و EA : (ج) وضعیت یالهای EF و HG : (د) وضعیت دو وجه AEFB و ABCD :	۱۳
۳/۵	به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید. (الف) اگر یک مستطیل را حول عرض آن دوران بدهیم شکل حاصل چه خواهد بود؟ (ب) از یک نقطه غیرواقع بر یک صفحه چند خط موازی آن صفحه میتوان رسم کرد؟ (ج) از دو خط متقاطع چند صفحه میگذرد؟ (د) اگر صفحه ای به شکل عمودی یک مخروط ناقص را نصف کند سطح مقطع حاصل چه شکلی خواهد بود؟ (ه) در فضا دو خط عمود بر یک خط چه حالتی ممکن است داشته باشند؟ (و) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از ضلع های قائمه اش چه شکلی خواهد بود؟ (ز) دو صفحه P و Q بر هم عمودند و خط d نیز بر صفحه P عمود است. این خط نسبت به صفحه Q چه وضعیتی دارد؟	۱۴
۰/۷۵	در شکل زیر نماهای خواسته شده را رسم کنید (فلش نمای رو به رو را مشخص میکند) (الف) نمای رو به رو: (ب) نمای بالا: (ج) نمای چپ:	۱۵

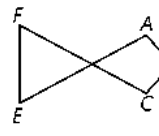
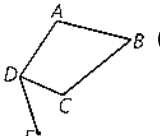
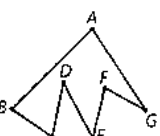
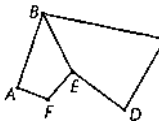


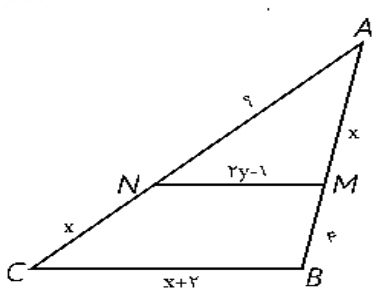
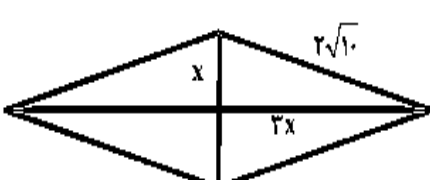
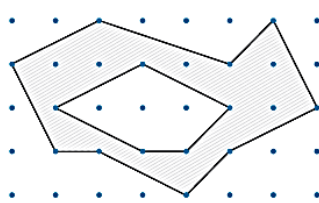
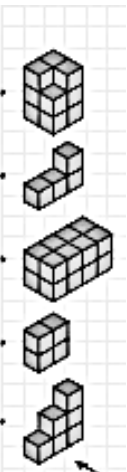
بارم	پاسخنامه سوالات	
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. الف) نادرست ب) نادرست ج) نادرست د) درست هرمورد ۰/۲۵	۱
۲	الف) عکس قضیه ب) قاعده های ج) ۱۵ د) سطح مقطع هرمورد ۰/۵ نمره	۲
۰/۷۵	الف) یک مثلث قائم الزاویه است اگر و تنها اگر مجموع مجذور های دو ضلع برابر با مجذور ضلع سوم باشد (۰/۵) ب) لوزی (۰/۲۵)	۳
۱/۵	رسم شکل ابتدا یک مثلث دلخواه رسم میکنیم و نیمسازهای دو زاویه A و B یکدیگر را در نقطه ای مثل O قطع میکنند. هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و برعکس. پس داریم: $\left. \begin{matrix} OH_1 = OH_2 \\ OH_3 = OH_4 \end{matrix} \right\} \Rightarrow OH_1 = OH_2 \Rightarrow$ نقطه O روی نیمساز زاویه C هم میباشد پس هر سه نیمساز همس هستند	۴
۰/۵	$\frac{x+y+z}{1+3+6} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x+y+z}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow x+y+z = \frac{10 \times 3}{5} = 6$	۵
۱	$\left. \begin{matrix} A_1 = B \\ C = C \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{ZZ}} \triangle ADC \cong \triangle ABC \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC}$	۶
۱/۷۵ ۱	$\frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$ $\frac{AN}{AC} = \frac{NM}{CB} \Rightarrow \frac{9}{15} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow 2y-1 = \frac{8 \times 9}{15} \Rightarrow 2y-1 = \frac{24}{5} \Rightarrow 2y = \frac{29}{5} \Rightarrow y = \frac{29}{10} = 2/9$	۷
۱/۵	فرض: شکل متوازی الاضلاع است. ضلع های روبه رو موازی اند حکم: $OB = OD$ و $OA = OC$ $\left. \begin{matrix} AB \parallel CD, \text{ مورب } BD \Rightarrow B_1 = D_1 \\ AB \parallel CD, \text{ مورب } AC \Rightarrow A_1 = C_1 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{ZZ}} \triangle OAB \cong \triangle ODC \Rightarrow \begin{cases} \overline{OA} = \overline{OC} \\ \overline{OB} = \overline{OD} \end{cases}$ در قضیه ای قبلا ثابت کردیم ضلع های رو به رو در متوازی الاضلاع برابرند	۸



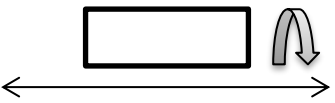
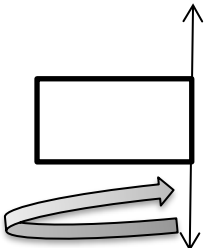
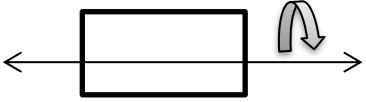
۱/۵	 فرض: $AB \parallel CD, D = C$ حکم: $\overline{AD} = \overline{BC}$ پاره خط BE را موازی با AD رسم میکنیم. طبق قضیه خطوط موازی و مورب $\left. \begin{array}{l} AD \parallel BE, D = E_1 \\ D = C \end{array} \right\} \Rightarrow E_1 = C \Rightarrow \text{مثلث BCE متساوی الساقین است} \Rightarrow \overline{AD} = \overline{BC}$ طبق فرض مسئله	۹
۱	 اضلاع مثلث ABC را برابر a فرض میکنیم. داریم: $S_{AMB} + S_{BMC} + S_{AMC} = S_{ABC}$ $\frac{1}{2} MH_1 \cdot a + \frac{1}{2} MH_2 \cdot a + \frac{1}{2} MH_3 \cdot a = \frac{1}{2} AH \cdot a$ $\frac{1}{2} a (MH_1 + MH_2 + MH_3) = \frac{1}{2} AH \cdot a \Rightarrow MH_1 + MH_2 + MH_3 = AH$	۱۰
۱	$h = 2 + 4 + 6 = 12$ $h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow a^2 - \frac{a^2}{4} = h^2 \Rightarrow \frac{3a^2}{4} = h^2 \Rightarrow a^2 = \frac{4h^2}{3} \Rightarrow a = \frac{2h}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times 12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$	۱۱
۱/۲۵	محاسبه مساحت چندضلعی بیرونی: $b = 15, i = 12 \Rightarrow S_1 = \frac{b}{2} - 1 + i = \frac{15}{2} - 1 + 12 = 18/5$ محاسبه مساحت چند ضلعی داخلی $b = 7, i = 2 \Rightarrow S_2 = \frac{b}{2} - 1 + i = \frac{7}{2} - 1 + 2 = 4/5$ مساحت قسمت هاشور خورده: $S = S_1 - S_2 = 18/5 - 4/5 = 14$	۱۲
۱	الف) متناظر (ب) عمود یا متقاطع (ج) موازی (د) عمود	۱۳
۳/۵	الف) استوانه (ب) بیشمار (ج) یک (د) دوزنقه (ه) موازی یا متناظر (و) مخروط (ز) موازی است	۱۴
۰/۷۵	 الف) نمای رو به رو: (ب) نمای بالا: (ج) نمای چپ:	۱۵



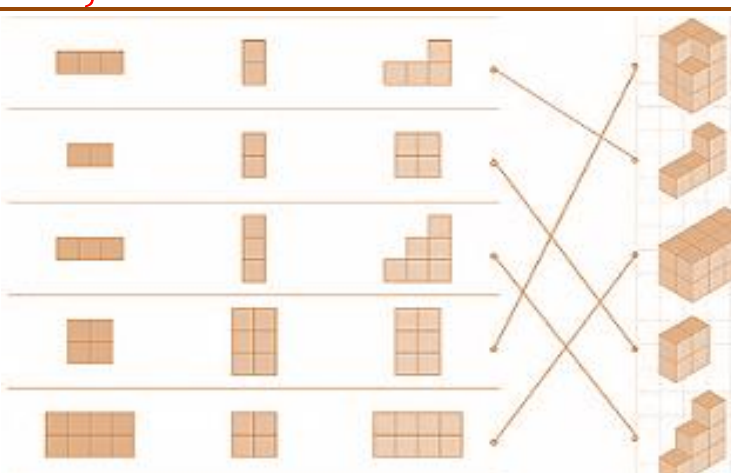
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر نقطه ای از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد آن نقطه روی قرار دارد. ب) واسطه هندسی بین دو عدد ۵ و ۲۰ برابر است با پ) مستطیلی که قطرهایش نیمساز زاویه های داخلی باشند، است. ت) چهار ضلعی که هر چهار ضلعش هم اندازه باشند ، است ث) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود، آن نامیده می شود. ج) سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با یک کره است و این سطح مقطع زمانی بیشترین مساحت را دارد که.....	۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵
۲	گزینه مناسب را انتخاب کنید. ۱- خط و دایره نسبت به هم چند حالت دارند؟ الف) ۱ ☐ ب) ۲ ☐ ج) ۳ ☐ د) ۴ ☒ ۲- در شکل مقابل MN موازی BC است کدام گزینه <u>نادرست</u> است. الف) $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ ☐ ب) $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ☐ ج) $\frac{MB}{MA} = \frac{NC}{NA}$ ☐ د) $\frac{AM}{BM} = \frac{MN}{BC}$ ☐ ۳- کدام شکل چند ضلعی است؟ الف)  ☐ ب)  ☐ ج)  ☐ د)  ☐ ۴- یک چند ضلعی شبکه ای حداقل چند نقطه مرزی دارد؟ الف) ۱ ☐ ب) ۲ ☐ ج) ۳ ☐ د) ۴ ☒ ۵- از دو خط متقاطع چند صفحه می گذرد؟ الف) بی شمار ☐ ب) دو صفحه ☐ ج) یک و تنها یک صفحه ☐ د) صفحه ای نمی گذرد ☐ ۶- سطح مقطع مخروط قائم در برخورد صفحه مایل کدام است؟ الف) مستطیل ☐ ب) دایره ☐ ج) بیضی ☐ د) سهمی ☐ ۷- اگر صفحه ای به شکل عمودی مخروط ناقصی را قطع و به دو نیمه مساوی تقسیم کند سطح مقطع چه شکلی است؟ الف) مستطیل ☐ ب) دایره ☐ ج) بیضی ☐ د) دوزنقه ☐	۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵
۳	الف) نقیض گزاره « <u>مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.</u> » را بنویسید.	۰/۵

۲	ب) در شکل مقابل $MN \parallel BC$ است. مقادیر x و y را به دست آورید. 																			
۱/۵ ۱	الف) حالت ها تشابه دو مثلث را بیان کنید. ب) در کدام n ضلعی تعداد قطر ها و ضلع ها برابرند؟ ثابت کنید.	۴																		
۱/۵	در یک لوزی اندازه ی هر ضلع $2\sqrt{10}$ و نسبت اندازه های دو قطر ۳ است. مساحت لوزی را محاسبه کنید. 	۵																		
۱/۵	با توجه به شکل مساحت ناحیه سایه زده شده را محاسبه کنید. 	۶																		
۰/۷۵ ۱	الف) دو خط در فضا چند حالت دارند؟ نام ببرید. ب) آیا دو خط عمود بر یک خط در صفحه برهم عمودند؟ در فضا چطور؟	۷																		
۱	دو صفحه P و Q برهم عمودند و خط d نیز بر صفحه P عمود است. این خط نسبت به صفحه Q چه وضعی دارد؟	۸																		
۱/۲۵	نمای زیر، چپ و بالای مکعب های سمت راست در ستون سمت چپ رسم شده است. هر شکل را به نماهای مربوط به آن وصل کنید. <table border="1" data-bbox="207 1635 654 2083"> <thead> <tr> <th>نمای بالا</th> <th>نمای چپ</th> <th>نمای روبه رو</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> 	نمای بالا	نمای چپ	نمای روبه رو																۹
نمای بالا	نمای چپ	نمای روبه رو																		

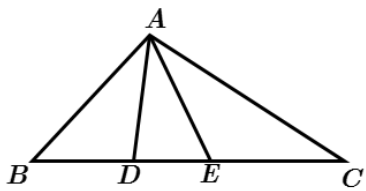
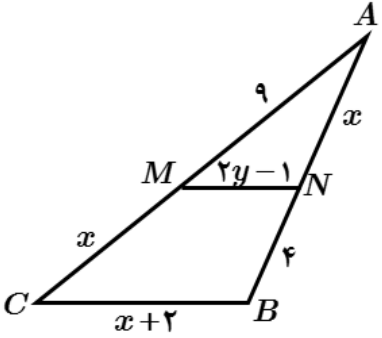
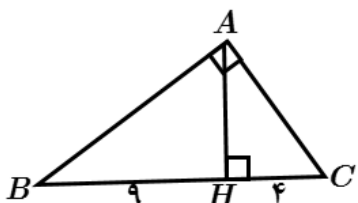


۱/۵	۱۰ شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول هر یک از محورهای زیر را بنویسید. الف) حول طول آن  ب) حول عرض آن  پ) حول محوری که از وسط عرض‌های آن می‌گذرد. 
۲۰	جمع بارم:



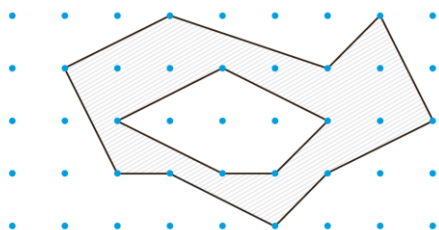
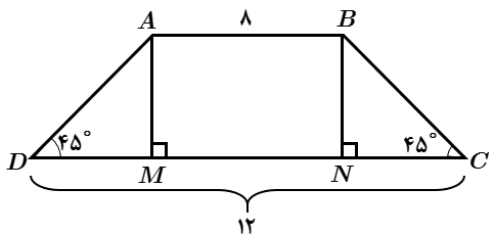
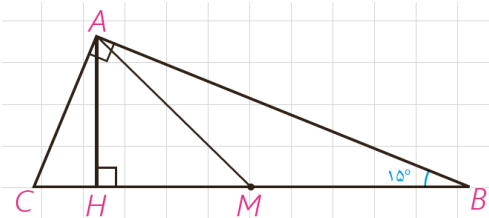
	پاسخ نامه	
۳	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) عمود منصف پاره خط (ب) ۱۰ پ) مربع ت) لوزی (ث) سطح مقطع ج) دایره-از وسط کره بگذرد	۱
۳/۵	گزینه مناسب را انتخاب کنید. ۱- گزینه ج ۲- گزینه د ۳- گزینه ج ۴- گزینه ج ۵- گزینه ج ۶- گزینه د ۷- گزینه د	۲
۰/۵	الف) هر مستطیلی، مربع است ب)	۳
۲	$\frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow BC = 6 + 2 = 8$ $\frac{9}{15} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow 10y - 5 = 24 \Rightarrow 10y = 29 \Rightarrow y = 2.9$	
۱/۵	الف) ۱- تساوی دو زاویه ۲- تساوی یک زاویه و تناسب اضلاعش ۳- تناسب سه ضلع ب) $\frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow n^2 - 5n = 0 \Rightarrow n(n-5) = 0 \Rightarrow n-5 = 0 \Rightarrow n = 5$	۴
۱/۵	$x^2 + (3x)^2 = (2\sqrt{10})^2 \Rightarrow x^2 + 9x^2 = 40 \Rightarrow 10x^2 = 40 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \rightarrow a = 2, b = 4 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$	۵
۱/۵	$b = 14, i = 5 \Rightarrow S = \frac{b}{2} - 1 + i = \frac{14}{2} - 1 + 5 = 7 - 1 + 5 \Rightarrow S = 11$	۶
۱/۷۵	الف) سه حالت ۱- موازی ۲- متقاطع ۳- متنافر ب) خیر موازیند - موازیند	۷
۱	$\left. \begin{matrix} P \perp Q \\ d \perp P \end{matrix} \right\} \Rightarrow d \parallel Q$	۸
		۹
۱/۵	الف) استوانه ب) استوانه ج) استوانه	۱۰



ردیف	سؤالات	بارم
۱	در شکل روبرو کمان AB قسمتی از دایره C است. توضیح دهید چگونه می توان مرکز این دایره را پیدا کرد؟ 	۱/۵
۲	با برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث ABC داشته باشیم $AB \neq AC$ آنگاه $B \neq C$.	۱
۳	ابتدا عکس قضیه زیر را نوشته و سپس آن را به صورت یک قضیه دو شرطی بنویسید: قضیه: «در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، آنگاه دو زاویه روبرو به آنها نیز برابرند.» عکس قضیه: قضیه به صورت دو شرطی:	۱
۴	در شکل مقابل مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. حاصل نسبت های $\frac{BC}{DE}$ و $\frac{DE}{BD}$ را به دست آورید. 	۱/۲۵
۵	در شکل زیر $MN \parallel BC$. مقادیر x, y را به دست آورید. 	۱/۲۵
۶	در مثلث ABC ارتفاع AH رسم شده است. طول پاره خط های AB, AH, AC را بیابید. 	۱/۵



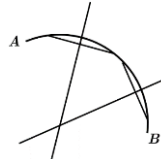
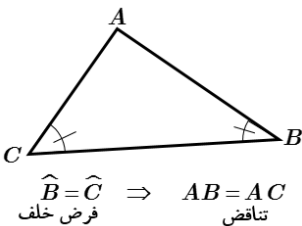
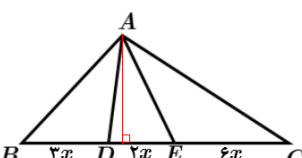
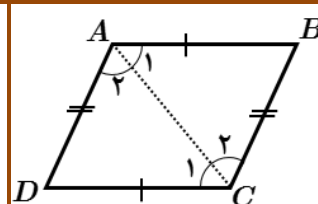
۱/۲۵	۷	طول‌های اضلاع یک مثلث ۱۵، ۱۲، ۱۰ سانتی‌متر است و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه با آن ۱۰ سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.
۰/۵	۸	یک ۱۲-ضلعی محدب چند قطر دارد؟
۱/۵	۹	قضیه زیر را اثبات کنید: «اگر در یک چهارضلعی، اضلاع مقابل دو به دو هم‌اندازه باشند، آن چهارضلعی متوازی الاضلاع است»
۱/۵	۱۰	در مثلث قائم‌الزاویه ABC (که در رأس A قائمه است)، اندازه زاویه B برابر با ۱۵° است و AM و AH به ترتیب میانه و ارتفاع وارد بر وتر هستند و $BC = ۱۶$. طول ارتفاع AH را محاسبه کنید.
۱/۵	۱۱	مساحت ذوزنقه زیر را محاسبه کنید:
۱/۲۵	۱۲	با توجه به مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای مساحت قسمت سایه زده را محاسبه کنید.





۱/۲۵	دو خط در صفحه نسبت به هم چه وضعیت‌هایی می‌توانند داشته باشند؟ در فضا چطور؟	۱۳								
۱	به سؤالات زیر پاسخ کوتاه دهید: الف) آیا دو خط عمود بر یک صفحه همیشه با هم موازی‌اند؟ ب) آیا دو صفحه عمود بر یک صفحه همیشه با هم موازی‌اند؟ پ) دو صفحه عمود بر یک خط نسبت به هم چه وضعی دارند؟ ت) دو خط در فضا که در یک صفحه قرار نمی‌گیرند چه نام دارند؟	۱۴								
۰/۷۵	نمای روبرو، بالا و چپ را برای شکل داده شده رسم کنید. <table><tr><td></td><td>نمای چپ ↗</td><td>نمای بالا ↓</td><td>نمای روبرو ↖</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		نمای چپ ↗	نمای بالا ↓	نمای روبرو ↖					۱۵
	نمای چپ ↗	نمای بالا ↓	نمای روبرو ↖							
۱	صفحه P کره‌ای به مرکز O و شعاع ۵ سانتی‌متر را قطع کرده است. اگر فاصله نقطه O از صفحه ۳ سانتی‌متر باشد، مساحت این سطح مقطع چقدر است؟ 	۱۶								
۰/۲۵	در هر قسمت شکل حاصل از دوران را مشخص کنید: الف) دوران یک نقطه خارج از یک خط حول آن خط.	۱۷								
۰/۲۵	ب) دوران پاره خط AB حول محوری که در نقطه B بر پاره خط AB عمود است.									
۰/۵	پ) دوران یک دایره حول یک خط در صفحه دایره، که با دایره تقاطع ندارد.									
۲۰	موفق باشید	جمع								



بارم	پاسخنامه	ردیف
۱/۵	 دو وتر دلخواه رسم می‌کنیم و عمودمنصفهای آنها را رسم می‌کنیم. محل برخورد عمودمنصفها مرکز دایره را نشان می‌دهد چون از دو سر هر دو پاره خط به یک فاصله است.	۱
۱	 فرض خلف بگیریم که در مثلث ABC داشته باشیم $AB \neq AC$ ولی $B = C$. در این صورت خواهیم داشت $AB = CD$ که با فرض مسئله در تناقض است. پس فرض خلف باطل است یعنی باید داشته باشیم $B \neq C$ $\widehat{B} = \widehat{C} \Rightarrow AB = AC$ فرض خلف تناقض	۲
۱	عکس قضیه: «در هر مثلث، اگر دو زاویه با هم برابر باشند، آنگاه دو ضلع روبه‌رو به آنها نیز با هم برابرند.» قضیه به صورت دو شرطی: «در هر مثلث، دو ضلع با هم برابرند اگر و تنها اگر دو زاویه روبه‌رو به آنها با هم برابر باشند.»	۳
۱/۲۵	 اگر فرض کنیم $DE = 2x$؛ آنگاه با توجه به مفروضات و اینکه در مثلث‌های هم ارتفاع نسبت مساحتها برابر است با نسبت قاعده‌ها، باید داشته باشیم $EC = 3 \times 2x = 6x$ و $BD = \frac{1}{3} \times 6x = 2x$ پس $\frac{BC}{DE} = \frac{3x + 2x + 6x}{2x} = \frac{11x}{2x} = \frac{11}{2}$ ، $\frac{DE}{BD} = \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$	۴
۱/۲۵	$\frac{AM}{MC} = \frac{AN}{NB} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow \boxed{x = 6}$ $\frac{MN}{CB} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow \frac{2y-1}{x+2} = \frac{9}{9+x} \xrightarrow{x=6} \frac{2y-1}{8} = \frac{9}{15} \Rightarrow 30y-15=72 \Rightarrow y = \frac{87}{30} = \frac{29}{10} = 2\frac{9}{10}$	۵
۱/۵	$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow AH^2 = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow \boxed{AH = 6}$ $AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 9 \times 13 \Rightarrow \boxed{AB = \sqrt{9 \times 13} = 3\sqrt{13}}$ $AC^2 = CH \times BC \Rightarrow AC^2 = 4 \times 13 \Rightarrow \boxed{AC = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}}$	۶
۱/۲۵	نسبت تشابه = نسبت محیطها $\Rightarrow \frac{15+12+10}{P_1} = \frac{15}{10} \Rightarrow \frac{37}{P_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{37 \times 2}{3} = \frac{74}{3}}$	۷
۰/۵	تعداد قطرهای یک n-ضلعی محدب $= \frac{n(n-3)}{2} = \frac{12 \times (12-3)}{2} = \frac{12 \times 9}{2} = 54$	۸
۱/۵	 در چهار ضلعی ABCD فرض کنیم $AB = CD$ و $AD = BC$. باید ثابت کنیم $AB \parallel CD$ و $AD \parallel BC$. قطر AC را رسم می‌کنیم. دو مثلث ABC و CDA به حالت سه ضلع مساوی همنهشت هستند و از همنهشتی آنها داریم: $A_1 = C_1 \Rightarrow AB \parallel CD$ ، $A_2 = C_2 \Rightarrow AD \parallel BC$ پس چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.	۹



	بنا بر قضیه‌ای در کتاب می‌دانیم که در مثلث قائم‌الزاویه ABC میانه وارد بر وتر، نصف وتر است و آن را نصف می‌کند. پس $AM = MB = ۱۶ \div ۲ = ۸$.									
۱۰	پس مثلث AMB متساوی الساقین است و $MAB = ۱۵^\circ$. زاویه HMA یک زاویه خارجی برای مثلث AMB است و لذا $HMA = MAB + B = ۱۵ + ۱۵ = ۳۰^\circ$. حال در مثلث قائم‌الزاویه AHM ، ضلع AH روبرو به زاویه ۳۰° درجه قرار دارد و بنابراین باید نصف وتر یعنی نصف AM باشد و داریم $AH = AM \div ۲ = ۸ \div ۲ = ۴$.									
۱۱	با توجه به همپشتی دو مثلث ADM و BCN همپشتند. (طبق قضیه کتاب دوزنقه متساوی الساقین است $AD=BC$ و دو مثلث به حالت وتر و یک زاویه همپشت خواهند شد). پس $DM = NC = \frac{۱۲-۸}{۲} = ۲$. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه اضلاع روبرو و مجاور به ۴۵° درجه با هم برابرند پس $BN = NC = ۲$. حال داریم: $ABCD$ مساحت دوزنقه $= \frac{(AB+DC) \times BN}{۲} = \frac{(۸+۱۲) \times ۲}{۲} = ۲۰$.									
۱۲	$S_r = \frac{b}{۲} + i - 1 = \frac{۹}{۲} + ۱۳ - 1 = ۱۶/۵$ $S_1 = \frac{b}{۲} + i - 1 = \frac{۵}{۲} + ۳ - 1 = ۴/۵$ $S = S_r - S_1 = ۱۶/۵ - ۴/۵ = ۱۲$ مساحت چندضلعی بزرگتر مساحت چندضلعی کوچکتر مساحت قسمت سایه زده									
۱۳	در صفحه دو خط نسبت به هم می‌توانند موازی یا متقاطع باشند. در فضا دو خط نسبت به هم می‌توانند موازی، متقاطع یا متنافر باشند.									
۱۴	الف) بله ب) خیر پ) موازی هستند. ت) متنافر									
۱۵	<table><tr><th></th><th>نمای چپ ↗</th><th>نمای بالا ↓</th><th>نمای روبه‌رو ↖</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		نمای چپ ↗	نمای بالا ↓	نمای روبه‌رو ↖					
	نمای چپ ↗	نمای بالا ↓	نمای روبه‌رو ↖							
۱۶	$x^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow x = ۴$ مساحت سطح مقطع $= \pi x^2 = \pi \times ۴^2 = ۱۶\pi$									
۱۷	الف) یک دایره (تو خالی) ب) یک قرص (یک دایره توپر) پ) یک دونات (شبه تیوب باد شده یک دوچرخه)									

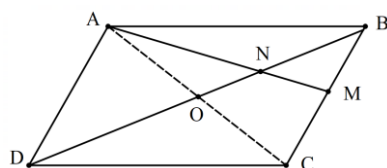
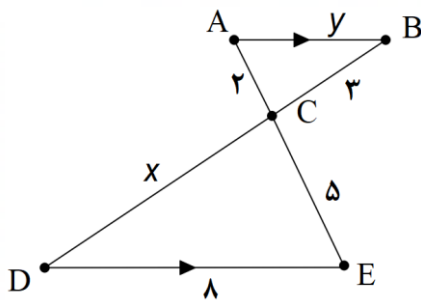
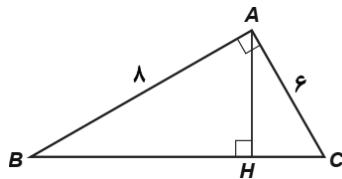
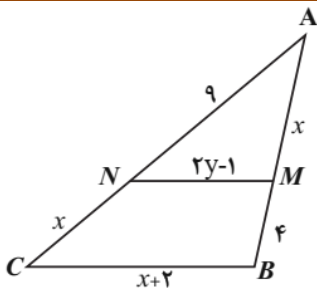


شرح سوالات

شرح سوالات	
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر نقطه ای از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی قرار دارد. ب) اگر $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{3}{10}$ باشد، حاصل $x + y$ برابر است با پ) مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع برابر است. ت) سطح مقطع استوانه در برخورد با صفحه عمودی به شکل خواهد بود.
۲	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) هر چهارضلعی که هر دو زاویه مجاور آن مکمل باشند همواره است. ب) مساحت چهارضلعی روبرو به طول قطرهای ۴ و ۹ کدام گزینه است؟ پ) تعداد قطرهای یک ۸ ضلعی، چند تا است؟
۳	توضیح دهید چگونه می‌توان مثلی به طول اضلاع ۵ و ۷ و ۶ واحد رسم کرد.
۴	ثابت کنید از یک نقطه غیر واقع بر خط نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد.
۵	هر یک از حکم‌های زیر را با یک مثال نقض رد کنید. الف) جذر هر عدد همیشه از خود آن عدد کوچکتر است. ب) مجموع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
۶	در شکل مقابل $d \parallel d'$ و مساحت مثلث ABC، 8cm^2 است. اگر $BD = 6\text{cm}$ باشد، فاصله نقطه C از BD را به دست آورید.



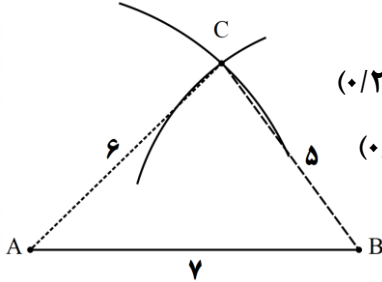
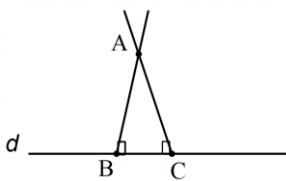
۷	در شکل مقابل $MN \parallel BC$ ، مقادیر x و y را بدست آورید.	۱/۵
۸	در مثلث قائم الزاویه روبرو، اندازه پاره خط‌های BH و CH را به دست آورید.	۱/۵
۹	تشابه دو مثلث روبرو را ثابت کنید و از آنجا مقادیر x و y را مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۰	طول ضلع‌های مثلث ABC ، ۷، ۹ و ۱۰ است. مثلث MNP با مثلث ABC متشابه است و طول بزرگترین ضلع آن ۲۰ است. محیط مثلث MNP چند است؟	۱
۱۱	ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی، ضلع‌های مقابل دوجه دو هم اندازه باشند، آنگاه چهارضلعی متوازی الاضلاع است.	۱/۵
۱۲	اندازه ارتفاع‌های دو مثلث که قاعده‌های برابر دارند، به ترتیب ۱۰ و ۱۸ واحد است. اگر مساحت مثلث اول ۱۵ واحد سطح باشد، مساحت مثلث دیگر، چند واحد سطح است؟	۱
۱۳	در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، M وسط ضلع BC است. اگر مساحت مثلث BNM برابر ۷ باشد. مساحت متوازی‌الاضلاع را به دست آورید.	۱/۵





۱		۱۴	با توجه به مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای، مساحت شکل زیر را محاسبه کنید.
۰/۷۵ ۰/۵		۱۵	مکعب مقابل را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید: الف) دو صفحه متقاطع و فصل مشترک آنها را نام ببرید. ب) یک جفت خط متمایز دو به دو متناظر نام ببرید.
۱/۵		۱۶	اگر به شکل زیر از سه نمای روبرو (جهت فلش نمایش داده شده) و چپ و بالا، نگاه کنیم به چه صورت دیده می‌شود؟ آن‌ها را ترسیم کنید.
۰/۵ ۰/۵		۱۷	در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ تصویر مناسبی رسم کنید. الف) دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع زاویه قائمه: ب) دوران یک نیم دایره حول قطر آن:
۲۰	جمع نمره		

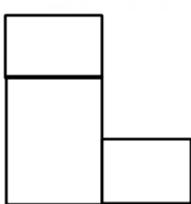
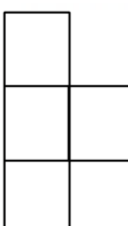
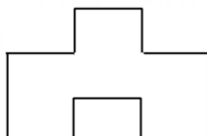
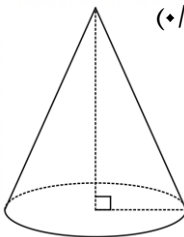
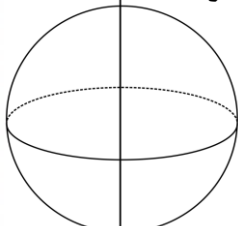


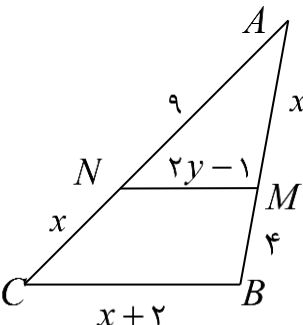
پاسخنامه			
۱	الف) عمود منصف (۰/۲۵) ب) ۶ (۰/۲۵) پ) ارتفاع (۰/۲۵) ت) مستطیل (۰/۲۵)		
۰/۷۵	۲	الف) گزینه ۳: متوازی الاضلاع (۰/۲۵) ب) گزینه ۱: ۱۸ (۰/۲۵) پ) گزینه ۲ (۰/۲۵)	
۱	۳	ابتدا پاره خط AB را به طول ۷ واحد رسم می کنیم. (۰/۲۵) سپس دهانه پرگار را به اندازه ۶ واحد باز کرده به مرکز A کمان می زنیم. (۰/۲۵) بعد دهانه پرگار را به اندازه ۵ واحد باز کرده به مرکز B کمان می زنیم. (۰/۲۵) محل برخورد دو کمان را به A و B وصل می کنیم. رسم شکل (۰/۲۵)	
۰/۷۵	۴	با برهان غیرمستقیم (برهان خلف) فرض می کنیم حکم غلط باشد؛ یعنی فرض می کنیم از نقطه A دو عمود بر خط d رسم کرده ایم که مانند شکل، خط d را در نقاط B و C قطع کرده اند. در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث ABC بزرگتر از ۱۸۰° خواهد شد و این غیرممکن است. (۰/۷۵)	
۱	۵	الف) اعداد مثبت کمتر از ۱ را می تواند مثال بزند. مانند $\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$ (۰/۵) ب) مثل اعداد رادیکالی و قرینه شان $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (۰/۵) (هر مثال صحیح دیگری به صلاح دید مصحح قابل قبول است).	
۱/۵	۶	$S_{ABC} = S_{DBC}$ (۰/۲۵) $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = ۸$ (۰/۲۵) $S_{DBC} = \frac{1}{2} \times h \times BD = ۸$ (۰/۵) $\rightarrow \frac{1}{2} \times h \times ۶ = ۸ \rightarrow h = \frac{۸}{۳}$ (۰/۵)	
۱/۵	۷	قضیه تالس $\rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \rightarrow x^2 = ۳۶$ (۰/۵) $\rightarrow x = ۶$ (۰/۲۵) تعمیم قضیه $\rightarrow \frac{9}{6} = \frac{6}{4} = \frac{2y-1}{8} \rightarrow 2y-1 = \frac{48}{4} = ۱۲$ (۰/۵) $\rightarrow y = \frac{۱۳}{۲}$ (۰/۲۵)	
۱/۵	۸	$BC^2 = ۶^2 + ۸^2 = ۱۰۰ \rightarrow BC = ۱۰$ (۰/۵) $۸^2 = ۱۰ \times y \rightarrow y = ۶/۴$ (۰/۵) یا $۶^2 = ۱۰ \times x \rightarrow x = ۳/۶$ (۰/۵) $x = ۱۰ - ۶/۴ = ۳/۶$ (۰/۵) $y = ۱۰ - ۳/۶ = ۶/۴$ (۰/۵)	

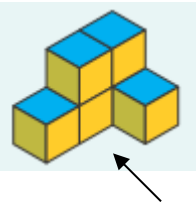
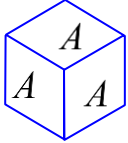


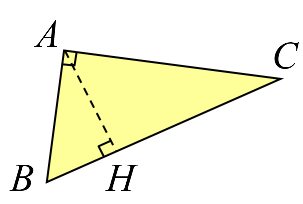
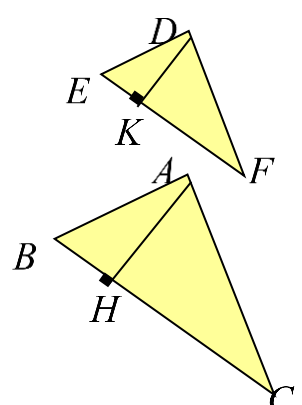
۱/۲۵	متقابل به رأس $\widehat{C_1} = \widehat{C_2}$ خط موازی و مورب $\widehat{B} = \widehat{D} \Rightarrow ABC \approx EDC$ (ز ز) (0/5) $\rightarrow \frac{2}{5} = \frac{3}{x} = \frac{y}{8} \rightarrow x = \frac{15}{2} (0/25), y = \frac{16}{5} (0/25)$		۹
۱	نسبت تشابه برابر است با نسبت اضلاع متناظر: در این سؤال نسبت بزرگترین اضلاع به هم همچنین نسبت محیط ها به یکدیگر برابر است با نسبت تشابه (k) در نتیجه: $P_{ABC} = 7 + 9 + 10 = 26 (0/25)$ محیط=ABC $\frac{P_{ABC}}{P_{MNP}} = k \rightarrow \frac{10}{20} = \frac{26}{P_{MNP}} (0/5) \rightarrow P_{MNP} = 52 (0/25)$		۱۰
۱/۵	در چهارضلعی ABCD قطر BD را رسم می کنیم. $\begin{cases} AB = CD \text{ فرض} \\ BC = AD \text{ فرض} \\ BD = BD \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow ABC \cong CDB \text{ (ض ض ض)} \quad 0/75$ در نتیجه $\angle B_1 = \angle D_1$ طبق قضیه خطوط موازی و مورب: $AB \parallel CD$. (0/25) همچنین چون $\angle B_2 = \angle D_2$ لذا طبق قضیه خطوط موازی و مورب $BC \parallel AD$ (0/25) در نتیجه چهارضلعی متوازی الاضلاع است. (0/25)		۱۱
۱	چون قاعده ها با هم برابرند در نتیجه $\frac{S_1}{S_2} = \frac{10}{18} (0/5) \rightarrow \frac{15}{S_2} = \frac{10}{18} \rightarrow S_2 = \frac{15 \times 18}{10} = 27 (0/5)$		۱۲
۱/۵	میانهای هر مثلث آن را به شش قسمت با مساحت های مساوی تقسیم می کند. N محل برخورد میانهای مثلث ABC است. $S_{ABC} = 6 S_{BNM} (0/5) = 6 \times 7 = 42 (0/25)$ $S_{ABCD} = 2 S_{ABC} (0/5) = 2 \times 42 = 84 (0/25)$		۱۳

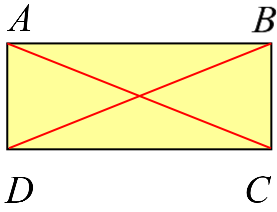
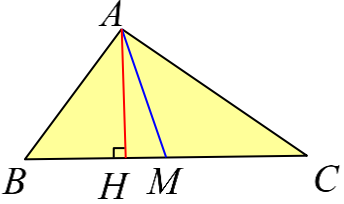


۱	$S = \frac{b}{2} + i - 1(0/25) \rightarrow S = \frac{14}{2} + 9 - 1 = 15(0/75)$	۱۴
۱/۲۵	الف) ABCD و AEGD (۰/۵) فصل مشترکشان: ضلع AD (۰/۲۵) ب) BF و CD (۰/۵)	۱۵
۱/۵	هر کدام (۰/۵) نمره نمای چپ  نمای بالا  نمای روبه رو 	۱۶
۱	الف) یک مخروط (۰/۲۵)  (۰/۲۵) ب) یک کره (۰/۲۵)  (۰/۲۵)	۱۷
۲۰	جمع بارم	

ردیف	سؤال	نمره
فصل اول: ترسیم های هندسی		
۱	در هر مورد جای خالی را طوری کامل کنید که گزاره ی حاصل درست باشد. الف: اگر نقطه ای به فاصله ی یکسانی از دو ضلع یک زاویه قرار داشته باشد، آن نقطه روی قرار دارد. ب: مثالی که نشان می دهد یک حکم کلی نادرست است را می نامند.	۱
۲	نقیض گزاره ی مقابل را بنویسید. « هر لوزی، یک مربع است.»	۰/۵
۳	ثابت کنید که در هر مثلث مجموع دو ضلع از ضلع سوم بزرگتر است.	۱/۵
فصل دوم: قضیه ی تالس، تشابه و کاربردهای آن		
۴	گزینه ی درست را انتخاب کنید. اگر $\frac{x}{6} = \frac{y}{2} = \frac{5}{4}$ آنگاه $x + y$ کدام است؟ الف: ۵ ب: ۳۰ ج: ۲۰ د: ۱۰	۰/۵
۵	در شکل مقابل $MN \parallel BC$ ، مقادیر x و y را بدست آورید.	۱/۵
		
۶	ثابت کنید که در هر مثلث قائم الزاویه حاصل ضرب وتر در ارتفاع وارد بر وتر، با حاصل ضرب دو ضلع زاویه ی قائمه برابر است.	۱
۷	ثابت کنید که نسبت مساحت های دو مثلث متشابه با توان دوم نسبت تشابه آنها برابر است.	۱
فصل سوم: چند ضلعی ها		
۸	هر یک از اصطلاحات زیر را تعریف کنید. الف: چند ضلعی محدب ب: ذوزنقه	۱
۹	تعداد قطر ها و مجموع زاویه های ۱۲ ضلعی محدب را تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	ثابت کنید که اگر در متوازی الاضلاعی قطر ها مساوی باشند، آن متوازی الاضلاع، مستطیل است.	۱/۵
۱۱	مساحت مربعی را حساب کنید که طول قطر آن $2\sqrt{7}$ باشد.	۰/۵

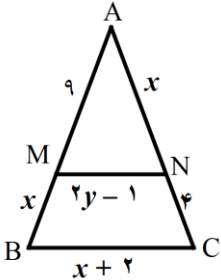
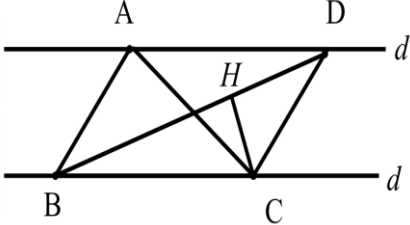
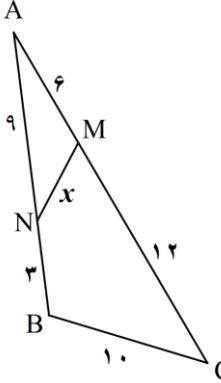
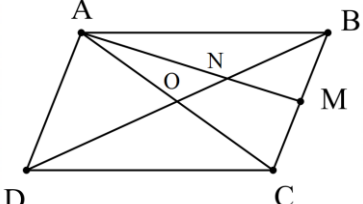
۱/۵	۱۲	ثابت کنید میانه‌ی هر ضلع مثلث، آن را به دو مثلث با مساحت های برابر تقسیم می کند.
۱	۱۳	یک چندضلعی شبکه ای دارای ۵ نقطه‌ی مرزی و ۳ نقطه‌ی درونی است. مساحت این چندضلعی را بدست آورید.
چهارم: تجسم فضایی		
۲	۱۴	به هر یک از سؤالات زیر پاسخ کوتاه بدهید. الف) از هر خط در فضا، چند صفحه می گذرد؟ ب) اگر دو صفحه متقاطع باشند، همدیگر را در یک خط قطع می کنند، این خط را چه می نامند؟ ج) از دوران یک نیم دایره حول یک قطر آن، چه جسمی بوجود می آید؟ د) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود را چه می نامند؟
۱	۱۵	آیا دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه لزوماً موازیند؟ چرا؟ شکل بکشید.
۱/۵	۱۶	در شکل مقابل پیکان رسم شده، نشان دهنده‌ی جهت روبرو می باشد. جهت های مختلف شکل نگاه کرده و آن نمای تعیین شده را رسم کنید. (نمای روبرو، نمای بالا، نمای چپ)
		
۱/۵	۱۷	روی تمام وجه های مکعب هایی حرف A نوشته شده است. پنج تا از این مکعب ها را روی سطح میز به شکل ستونی روی هم می چینیم. حساب کنید که چند حرف A دیده می شود؟
		
۲۰	جمع	

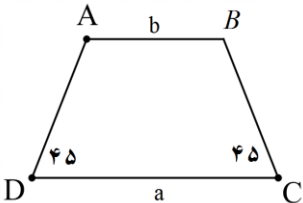
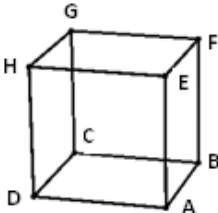
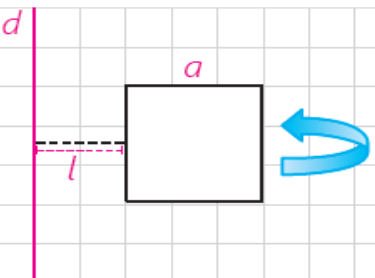
۱	الف : نیمساز ب : مثال نقض	۱
۰/۵	بعضی از لوزی ها مربع نیستند.	۲
۱/۵	ابتدا نیمساز زاویه ی B را رسم می کنیم. زاویه ی M_2 یک زاویه ی خارجی مثلث ABM می باشد. لذا : $\angle M_2 > \angle B_1 \xrightarrow{\angle B_1 = \angle B_2} \angle M_2 > \angle B_2$ پس در مثلث BMC دو زاویه ی نابرابر وجود دارد و (۱) $BC > MC$ زاویه ی M_1 یک زاویه ی خارجی مثلث BMC می باشد. لذا : $\angle M_1 > \angle B_2 \xrightarrow{\angle B_1 = \angle B_2} \angle M_1 > \angle B_1$ پس در مثلث ABM دو زاویه ی نابرابر وجود دارد و (۲) $AB > AM$ اکنون نامساوی های (۱) و (۲) را جمع می کنیم. خواهیم داشت: $\left. \begin{array}{l} BC > MC \\ AB > AM \end{array} \right\} \rightarrow AB + BC > AM + MC \xrightarrow{AM + MC = AC} AB + BC > AC$ بدیهی است که اثبات دو قسمت دیگر به همین ترتیب صورت می گیرد.	۳
۰/۵	گزینه ی د : ۱۰	۴
۱/۵	$MN \parallel BC \rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \rightarrow x = 6$ $\frac{9}{9+x} = \frac{2y-1}{x+2} \xrightarrow{x=6} \frac{9}{15} = \frac{2y-1}{8} \rightarrow 2y-1 = \frac{9 \times 8}{15} \rightarrow 2y-1 = \frac{24}{5} \rightarrow y = \frac{29}{10}$	۵
۱	کافی است مساحت مثلث قائم الزاویه را به دو شکل متفاوت محاسبه کنیم. $\left. \begin{array}{l} S(ABC) = \frac{1}{2}(AB)(AC) \\ S(ABC) = \frac{1}{2}(AH)(BC) \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{2}(AH)(BC) = \frac{1}{2}(AB)(AC)$ $\rightarrow (AH)(BC) = (AB)(AC)$ 	۶
۱	 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot AH}{\frac{1}{2}EF \cdot DK} = \frac{BC}{EF} \cdot \frac{AH}{DK} = k \cdot k = k^2$	۷

۸	الف: یک چند ضلعی را محدب گوییم، هرگاه با در نظر گرفتن خط ش امل هر ضلع آن (امتداد ضلع)، بقیه ی نقاط چند ضلعی در یک طرف آن خط واقع می شوند. ب: دوزنقه چهارضلعی است که فقط دو ضلع آن موازی یکدیگرند.	۱
۹	تعداد قطرهای $\frac{1}{2}n(n-3) = \frac{1}{2}(12)(12-3) = 54$ مجموع زاویه ها $(n-2) \times 180 = (12-2) \times 180 = 1800$	۱/۵
۱۰	$\left. \begin{array}{l} AD = BC \\ DC = DC \\ AC = BD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \Delta(ADC) \cong \Delta(BDC) \rightarrow \angle D = \angle C$ و چون در هر متوازی الاضلاع دو زاویه ی مجاور، مکمل همدیگر می باشند، پس: $\angle D + \angle C = 180 \xrightarrow{\angle D = \angle C} \angle D = \angle C = 90$ لذا این متوازی الاضلاع زاویه ی قائمه دارد، پس مستطیل می باشد. 	۱/۵
۱۱	$S = \frac{1}{2}(2\sqrt{7})^2 = 2 \times 7 = 14$	۰/۵
۱۲	اگر AM میانه ی وارد بر ضلع BC فرض شود. در این صورت داریم: $BM = CM \xrightarrow{\times \frac{1}{2}AH} \frac{1}{2}AH \times BM = \frac{1}{2}AH \times CM \rightarrow S(ABM) = S(AMC)$ 	۱/۵
۱۳	$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{5}{2} + 3 - 1 = 4/5$	۱
۱۴	الف) بیشمار ب) فصل مشترک دو صفحه ج) کره د) سطح مقطع	۲
۱۵	خیر، ممکن است متقاطع باشند. رسم شکل	۱
۱۶	رسم درست هر نما ۰/۵ نمره	۱/۵
۱۷	کل وجوه $6 \times 5 = 30$ می باشند و در ۹ وجه حرف A دیده نمی شود. پس در $30 - 9 = 21$ وجه حرف A دیده می شود.	۱/۵

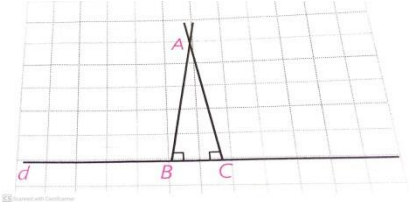
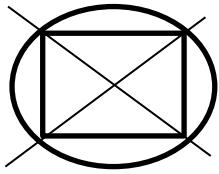


ردیف	سوالات	بارم
۱	درست یا نادرست بودن جملات زیر را تعیین کنید. (الف) دو مثلث که مساحت های برابر داشته باشند ، هم نهشت اند . (ب) از دو خط موازی در فضا یک صفحه می گذرد . (پ) هر دو مثلث متساوی الاضلاع همواره با هم متشابه هستند . (ت) اگر ضلع های زاویه قائمه در یک مثلث قائم الزاویه دو برابر شوند ، مساحت آن دو برابر می شود . درست ☐ نادرست ☐	۱
۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید . (الف) اگر نقطه ای روی عمود منصف یک پاره خط قرار داشته باشد ، از دو سر آن پاره خط است . (ب) از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع زاویه قائمه آن به دست می آید . (پ) واسطه هندسی بین دو پاره خط به طول های ۴ و ۱۶ سانتی متر برابر سانتی متر است . (ت) اگر $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = \frac{3}{5}$ حاصل $x + y + z$ برابر است با	۱
۳	* گزینه مناسب را انتخاب کنید * (الف) دو نقطه A و B به فاصله ی ۸ سانتی متر از هم در یک صفحه واقع اند . چند نقطه در این صفحه وجود دارد که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ سانتی متر باشد ؟ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر (ب) طول های اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتی متر و طول کوچکترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی، ۲۲/۵ سانتی متر است . محیط مثلث دوم کدام است ؟ (۱) ۱۰۲ (۲) ۱۰۲/۵ (۳) ۱۰۳ (۴) ۱۰۳/۵ (پ) دو خط متقاطع را در نظر می گیریم . از دوران یکی از آن ها حول دیگری چه جسم هندسی ساخته می شود ؟ (۱) یک استوانه (۲) یک مخروط (۳) دو استوانه به هم چسبیده (۴) دو مخروط مشترک در راس (ت) در یک چند ضلعی محدب تعداد قطر ها ۳ برابر تعداد اضلاع است از هر راس این چند ضلعی چند قطر میگذرد ؟ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹	۲
۴	با برهان خلف ثابت کنید از یک نقطه غیر واقع بر یک خط نمی توان بیش از یک خط عمود بر آن رسم کرد .	۰/۷۵
۵	مستطیلی رسم کنید که طول قطر آن ۴ سانتی متر باشد .	۰/۷۵
۶	نقیض گزاره ((هر لوزی یک مربع است)) را بنویسید .	۰/۵

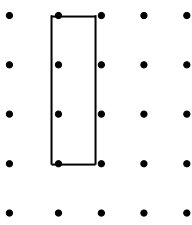
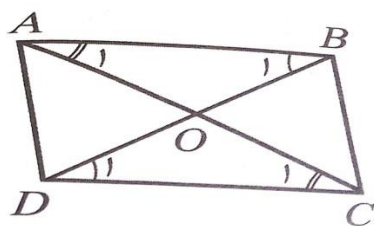
۱	۷ در شکل مقابل $M N \parallel B C$، مقادیر x و y را به دست آورید. 	۷
۰/۷۵	۸ در شکل مقابل d و d' موازی هستند و مساحت مثلث ABC، $9cm^2$ است. اگر $BD = 5cm$ باشد، فاصله نقطه C از BD را بدست آورید. 	۸
۱	۹ در شکل مقابل اندازه ی x را به دست آورید . 	۹
۱	۱۰ در متوازی الاضلاع $ABCD$، M وسط ضلع BC است و پاره خط AM قطر BD را در N قطع کرده است . نشان دهید: $S_{BMN} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$ 	۱۰
۰/۷۵	۱۱ مساحت یک چهارضلعی شبکه ای ۳ واحد است . تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی درحالتی که امکان دارد را مشخص کنید . شکل چهارضلعی نظیر آن را رسم کنید .	۱۱

۱/۵	ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع قطر ها منصف یکدیگر هستند .	۱۲
۱/۵	مساحت ذوزنقه ی شکل زیر را بر حسب a و b محاسبه کنید . 	۱۳
۱/۵	در یک مثلث قائم الزاویه ارتفاع وارد بر وتر پاره خط هایی به طول $۶/۴$ و $۳/۶$ روی وتر ایجاد می کند محیط این مثلث را حساب کنید ؟	۱۴
۱/۵	در شکل روبرو: الف) خط های EF و AB نسبت به هم چه وضعی دارند؟ ب) خط های AB و HE نسبت به هم چه وضعی دارند؟ پ) خط های GC و GF نسبت به هم چه وضعی دارند؟ 	۱۵
۱	به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید الف) از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه ، چند خط می توان بر آن عمود کرد ؟ ب) آیا دو خط عمود بر یک صفحه همیشه با هم موازی اند ؟	۱۶
۱/۵	صفحه P کره ای به مرکز O و به شعاع ۱۳ سانتی متر را قطع کرده است. اگر فاصله نقطه O از صفحه ۵ سانتی متر باشد مساحت این سطح مقطع را بدست آورید.	۱۷
۱	مربعی به ضلع a را حول محور d دوران داده ایم. شکل حاصل را توصیف کنید 	۱۸

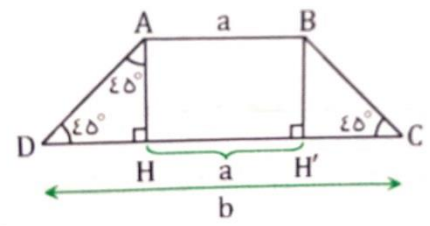
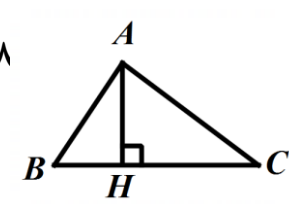


بارم	پاسخنامه	
۱	الف) نادرست ۰/۲۵ ب) درست ۰/۲۵ پ) درست ۰/۲۵ ت) نادرست ۰/۲۵	۱
۱	الف) به یک فاصله ۰/۲۵ ب) مخروط ۰/۲۵ پ) ۸ ۰/۲۵ ت) $\frac{33}{5}$ ۰/۲۵	۲
۲	الف) گزینه ۲ ۰/۵ ب) گزینه ۴ ۰/۵ پ) گزینه ۴ ۰/۵ ت) گزینه ۲ ۰/۵	۳
۰/۲۵	فرض می کنیم حکم غلط باشد؛ یعنی از نقطه A دو عمود بر خط d رسم کرده ایم که مانند شکل، خط d را در نقاط B و C قطع کرده اند. در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث ABC بزرگ تر از ۱۸۰ درجه خواهد شد و این غیر ممکن است. پس امکان رسم دو عمود از یک نقطه غیر واقع بر یک خط وجود ندارد. ۰/۵	۴
		
۰/۲۵	دو خط متقاطع رسم می کنیم سپس از محل برخورد آن ها دایره ای به شعاع ۲ سانتی متر رسم می کنیم تا چهار راس ۰/۲۵ مستطیل را بیابیم.	۵
		
۰/۵	۰/۵ وجود دارد یک لوزی که مربع نباشد	۶
۱	$\frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 6$ ۰/۲۵ $\frac{9}{x+9} = \frac{2y-1}{x+2} \Rightarrow y = \frac{29}{10}$ ۰/۲۵	۷
۰/۲۵	$S_{BCD} = S_{ABC} = 9 \Rightarrow 5 \times CH = 9 \Rightarrow CH = 1 \frac{1}{5}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۸
۱	$\frac{x}{10} = \frac{9}{18} = \frac{6}{12} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 5$ ۰/۲۵ ۰/۵	۹
۱	می دانیم که در متوازی الاضلاع قطر ها یکدیگر را نصف می کنند، پس در مثلث ABC، OB میانه نظیر ضلع AC است و بنا به فرض، AM میانه نظیر ضلع BC است. پس N نقطه همرسی میانه های مثلث ABC است. اما می دانیم که اگر هر سه میانه مثلث را رسم می کنیم، آن را به شش مثلث هم مساحت تقسیم می کند، پس: ۰/۲۵	۱۰



	$S_{BMN} = \frac{1}{6} S_{ABC} \quad (۱) \quad \bullet / ۲۵$ از طرفی قطر هر متوازی الاضلاع آن را به دو مثلث هم نهشت تقسیم می کند . پس : $S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \quad (۲) \quad \bullet / ۲۵$ $(۱), (۲) \Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{12} S_{ABCD} \quad \bullet / ۲۵$	
۰/۲۵	اگر i تعداد نقاط درونی و b تعداد نقاط مرزی باشد، $i = ۰$ و $b = ۸$ یک پاسخ برای مسأله است. $\bullet / ۵$  نمره رسم شکل ((به حالت های دیگر نیز نمره داده شود)) $\bullet / ۲۵$	۱۱
۱/۵	$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AB \parallel CD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ AB = CD \end{array} \right\} \longrightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \longrightarrow \begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \end{cases}$ $\bullet / ۲۵$ $\bullet / ۵$  نمره رسم شکل $\bullet / ۲۵$	۱۲
۱/۵	$DH = CH' = \frac{1}{2}(b-a) \quad \bullet / ۲۵$ و $HH' = AB \Rightarrow HH' = a \quad \bullet / ۲۵$	۱۳



	$\hat{D} = 45^\circ \Rightarrow DH = AH \Rightarrow AH = \frac{1}{2}(b - a)$ ۰/۲۵ $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + DC).AH = \frac{1}{2}(b + a) \times \frac{1}{2}(b - a) = \frac{1}{4}(b^2 - a^2)$ ۰/۵  نمره رسم شکل ۰/۲۵		
۱/۵	$BC = 6 / 4 + 3 / 6 = 10$ ۰/۲۵ $(AC)^2 = 6 / 4 \times 10 = 64 \Rightarrow AC = 8$ ۰/۵ 	$(AB)^2 = 3 / 6 \times 10 = 36 \Rightarrow AB = 6$ ۰/۵ $BC + AB + AC = 10 + 6 + 8 = 24$ ۰/۲۵	۱۴
۱/۵		الف) موازی ب) متناظر پ) متقاطع	۱۵
۱		الف) فقط یکی ب) بله	۱۶
۱/۵	$R^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow R = 12 \Rightarrow S = \pi R^2 = 144\pi$ ۰/۷۵ ۰/۲۵ ۰/۵		۱۷
۱	از دوران این مربع حول محور d ، استوانه ای حاصل می شود که از درون آن ، استوانه ای خالی شده است . ۱۰		۱۸