

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۶ مدت امتحان: ۶۰ شماره صندلی:  مرکز آموزش از راه دور و پژوهش مهر آوا	باسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ استان قم متوسطه دوم از راه دور مهر آوا تعداد صفحات: تعداد سئوال:	نام و نام خانوادگی: سئوالات امتحان: پایه: دهم رشته: ریاضی نام دبیر:
---	--	--

۱- هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید: (۱ نمره)

الف) مجموعه همه ورودی‌های یک تابع را تابع می‌نامند.

ب) در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $a + c + b = 0$ باشد، یکی از ریشه‌های معادله ۱ و دیگری است.

پ) در نمودار مختصاتی، هنگامی یک رابطه تابع است که هر خط عمودی شکل را حداکثر بار قطع کند.

ت) در مسائل اقتصادی رابطه بین سود، درآمد و هزینه به صورت است.

۲- درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید: (۱ نمره)

الف) رابطه‌ای که به هر کشور، پایتخت آن کشور را نسبت می‌دهد، یک تابع نیست.

ب) یکی از جواب‌های معادله $x^2 - x - 2 = 0$ برابر با ۱- است.

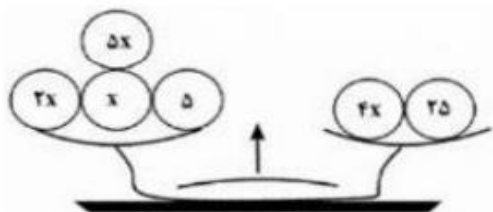
پ) رابطه $\{(4, \sqrt{4}) \text{ و } (3, 5) \text{ و } (2, 3)\}$ تابع نیست.

ت) معادله عبارت «مربع یک عدد طبیعی از دو برابر آن ۳ واحد بیشتر است»، به صورت « $x^2 + 3 = 2x$ » است.

۳- معادله درجه اول زیر را رسم کنید: (۱ نمره)

$$\frac{2-x}{3} - 2 = \frac{1}{2} - \frac{3x-1}{6}$$

۴- اگر در شکل زیر، طرف چپ ترازو برابر طرف راست آن باشد، مقدار x را حساب کنید. (۱ نمره)



۵- معادله‌های درجه دوم زیر را از روش‌های خواسته شده حل کنید: (۳ نمره)

الف) $x^2 - 2x - 5 = 0$ «روش مربع کامل کردن»

ب) $2x^2 = 3x - 1$ «روش دلتا»

پ) $5x(x-1) = 4x^2 - 4x + 2$ «روش دلخواه»

۶- اگر یکی از جواب‌های معادله $3x^2 + mx - 8 = 0$ برابر با ۲ باشد، مقدار m را به دست آورید. (۱ نمره)

۷- اگر α و β ریشه‌های درجه دوم $x^2 - x - 7 = 0$ باشند، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید: (۱/۵ نمره)

الف) $5\beta + 5\alpha$ ب) $\alpha\beta$ پ) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

۸- معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن به صورت ۲ و ۳- باشند. (۱ نمره)

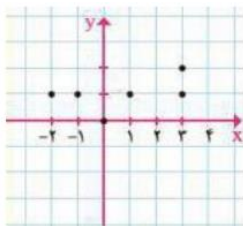
۹- معادله گویای زیر را حل کنید: (۱/۲۵ نمره)

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x} - \frac{1 + x}{x} = \frac{x - 1}{x - 2}$$

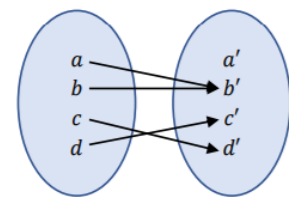
۱۰- مجموع یک عدد طبیعی با معکوس آن برابر با $\frac{5}{2}$ است. آن عدد را بیابید. (۱/۵ نمره)

۱۱- در رابطه‌های زیر تابع‌ها را مشخص کنید. برای تابع‌ها دامنه و برد را بنویسید و برای غیر تابع‌ها دلیل تابع نبودن را بیان کنید.

(۲ نمره)



پ) $f = \{(2, 2) \text{ و } (3, 2)\}$



الف)

۱۲- رابطه مقابل را در نظر بگیرید، مقادیر a و b را به گونه‌ای بیابید که این رابطه یک تابع باشد. (۱ نمره)

$$R = \{(5, 3) \text{ و } (a + 1, 3) \text{ و } (b, a - 1) \text{ و } (5, b + 3) \text{ و } (0, 7)\}$$

۱۳- به سوالات زیر پاسخ دهید. (۱ نمره)

الف) یک تابع به صورت نمودار پیکانی مثال بنزید که دامنه آن ۴ عضو و بر آن ۲ عضو داشته باشد.

ب) یک رابطه به صورت زوج مرتب مثال بنزید که تابع نباشد.

۱۴- در رابطه زیر در جاهای خالی اعدادی قرار دهید که یک تابع به دست آید. (۵/۰ نمره)

$$f = \{(4, 3) \text{ و } (\dots + \dots) \text{ و } (-2, 3)\}$$

۱۵- دامنه و بُرد تابع زیر را به دست آورید: (۱/۲۵ نمره)

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x^2 + x + 1 \end{cases}, \quad A = \{-1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2\}$$

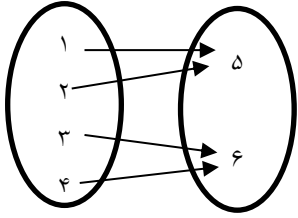
۱۶- اگر $f(x) = \frac{x+1}{x}$ باشد، حاصل مقدارهای زیر را حساب کنید: (۱ نمره)

$$f(-5) \times f(3) \times f(1)$$

پاسخنامه تشریحی

ردی ف	نمره	
۱	الف) دامنه (ب) $\frac{c}{a}$ (پ) یک (ت) $P(x) = R(x) - C(x)$	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵
۲	الف) نادرست (ب) درست (پ) درست (ت) نادرست	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵
۳	۱	$\frac{2-x}{3} - 2 = \frac{1}{2} - \frac{3x-1}{6} \rightarrow \frac{2-x}{3} + \frac{3x-1}{6} = \frac{1}{2} + 2$ $\rightarrow \frac{4-2x+3x-1}{6} = \frac{5}{2} \quad \text{راه حل (۰/۷۵)}$ $\rightarrow \frac{+x+3}{6} = \frac{5}{2} \rightarrow 2x+6=30 \rightarrow 2x=24 \rightarrow \boxed{x=12} \quad (۰/۲۵)$
۴	۱	$\underbrace{2x+5x+x+5}_{\cdot/5} = 4x+25 \rightarrow 8x+5=4x+25$ $\rightarrow 4x=20 \rightarrow \boxed{x=5} \quad (۰/۲۵) \quad \text{راه حل (۰/۲۵)}$
۵	۳	الف) $x^2 - 2x - 5 = 0 \rightarrow x^2 - 2x = 5$ $\xrightarrow{+\frac{b^2}{4}} \underbrace{x^2 - 2x + 1}_{\cdot/25} = 5 + 1$ $\rightarrow (x-1)^2 = 6 \rightarrow x-1 = \pm\sqrt{6}$ $\rightarrow \begin{cases} x-1 = \sqrt{6} \rightarrow x = \sqrt{6} + 1 & (۰/۲۵) \\ x-1 = -\sqrt{6} \rightarrow x = 1 - \sqrt{6} & (۰/۲۵) \end{cases}$ ب) $2x^2 = 3x - 1 \rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(2)(1)$ $\rightarrow \underbrace{\Delta = 1}_{\cdot/25} > 0 \quad \text{معادله دو ریشه دارد} \rightarrow x = \underbrace{\frac{3 \pm \sqrt{1}}{4}}_{\cdot/25}$ $\rightarrow x_1 = \frac{3+1}{4} = 1 \quad / \quad x_2 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$

	(پ) $\Delta x(x-1) = 4x^2 - 4x + 2 \rightarrow \Delta x^2 - \Delta x = 4x^2 - 4x + 2$ $\rightarrow \underbrace{x^2 - x - 2 = 0}_{\cdot/25} \xrightarrow{\text{روش سریع } b=a+c} \underbrace{x = -1 \text{ و } +2}_{\cdot/25}$ تجزیه $\rightarrow (x+1)(x-2) = 0 \rightarrow x = -1 \text{ و } +2$ راه حل از هر روش (۰/۲۵)	
۱	$3x^2 + mx - 8$ $= 0 \xrightarrow{x=2} \underbrace{3(4) + 2(m) - 8 = 0}_{\cdot/5} \rightarrow \underbrace{2m = -4}_{\cdot/25} \rightarrow \boxed{\underbrace{m = -2}_{\cdot/25}}$	۶
۱/۵	(الف) $x^2 - x - 7 = 0 \rightarrow S = \frac{-(-1)}{1} = 1 \quad (\cdot/25) \quad / \quad P = \frac{c}{a} = \frac{-7}{1}$ $= -7 \quad (\cdot/25)$ $\beta + \Delta\alpha = \Delta(\underbrace{\beta + \alpha}_S) = \Delta S = \Delta(1)$ $= \Delta \quad (\cdot/25)$ (ب) $\beta\alpha = P = -7 \quad (\cdot/25)$ (پ) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\overbrace{\beta + \alpha}^S}{\underbrace{\alpha\beta}_P} = \frac{S}{P} = \frac{1}{-7} = \frac{-1}{7} \quad (\cdot/5)$	۷
۱	$\underbrace{x^2 - Sx + P = 0}_{\cdot/25} \rightarrow x^2 - (-1) + (-6) = 0 \rightarrow \underbrace{x^2 + 1x - 6 = 0}_{\cdot/25}$ $S = 2 + (-3) = -1 \quad (\cdot/25) \quad / \quad P = 2(-3) = -6 \quad (\cdot/25)$	۸
۱/۲۵	$\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x} - \frac{1+x}{x} = \frac{x-1}{x-2} \rightarrow x(x-2) \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x} - \frac{1+x}{x} = \frac{x-1}{x-2} \right)$ $\rightarrow x^2 - 2x + 2 - (1+x)(x-2) = x(x-1)$ $\rightarrow x^2 - 2x + 2 - x^2 + x + 2 = x^2 - x$ $-x^2 + 4 = 0 \rightarrow -x^2 = -4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$ (۰/۵) (+۲) مخرج را صفر می کند پس غیر قابل قبول) راه حل (۰/۷۵)	۹

۱/۵	$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\cdot x} x(x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}) \rightarrow x^2 + 1 = \frac{5}{2}x$ $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0 \xrightarrow{\times 2} 2x^2 - 5x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = 25 - 4(2)(2)$ $\rightarrow \Delta = 9 > 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} \rightarrow x_1 = \frac{5+3}{4} = 2 \quad / \quad x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$ راه حل (۰/۵)	۱۰
۲	(الف) تابع است (۰/۲۵) $D_f = \{a, b, c, d\} \quad /$ $R_f = \{a', b', c', d'\} \quad /$ (ب) تابع است (۰/۲۵) $D_f = \{2, 3\} \quad / \quad R_f = \{2\}$ (پ) تابع نیست. (۰/۲۵) زیرا وقتی ورودی ۳ می‌گیرد دو خروجی به ما می‌دهد و با تست خط قائم نیز می‌بینیم که خط نمودار را در بیش از یک نقطه (دو نقطه) قطع می‌کند. (۰/۲۵)	۱۱
۱	$R = \left\{ (\underline{5}, \underline{2}), (a+1, 3), (b, \underline{a-1}), (\underline{5}, \underline{b+3}), (\underline{0}, \underline{7}) \right\}$ $b+3=3 \rightarrow b=0$ (۰/۵) $a-1=7 \rightarrow a=8$ (۰/۵)	۱۲
۱	(الف) ۱۳  ۰/۵ $D_f = \{1, 2, 3, 4\} \quad R_f = \{5, 6\}$ هر مثال دیگری می‌تواند درست باشد. (ب) $f: \{(\underline{2}, 3), (5, \underline{6}), (\underline{2}, \underline{4})\}$ (۰/۵)	۱۳
۰/۵	(۳, ۷) هر مثال دیگری می‌تواند درست باشد	۱۴
۱/۲۵	۱ $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x^2 + x + 1 \end{cases} \quad D_f = \{-1, 0, 1, 2\} \quad R_f = \{1, 3, 7\}$ (۰/۲۵)	۱۵

	$x = -1 \rightarrow (-1)^2 + (-1) + 1 = \boxed{1} \quad (./20) \quad x = 2 \rightarrow (2)^2 + 2 + 1 = \boxed{7} \quad (./20)$ $x = 0 \rightarrow (0)^2 + 0 + 1 = \boxed{1} \quad (./20) \quad x = 1 \rightarrow (1)^2 + 1 + 1 = \boxed{3} \quad (./20)$	
1	$f(x) = \frac{x+1}{x}$ $f(-5) = \frac{-5+1}{-5} = \frac{-4}{-5} = \boxed{\frac{4}{5}} \quad (./20)$ $f(2) = \frac{2+1}{2} = \boxed{\frac{3}{2}} \quad (./20)$ $f(1) = \frac{1+1}{1} = \boxed{2} \quad (./20)$ $= \boxed{\frac{32}{10}} \quad (./20)$ $\left. \begin{array}{l} f(-5) = \frac{4}{5} \\ f(2) = \frac{3}{2} \\ f(1) = 2 \end{array} \right\} \rightarrow f(-5) \times f(2) \times f(1)$	16